

*ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ
II*



*Saranovac Gordana
Jordanovska Olivera
Jelinek Zoran*



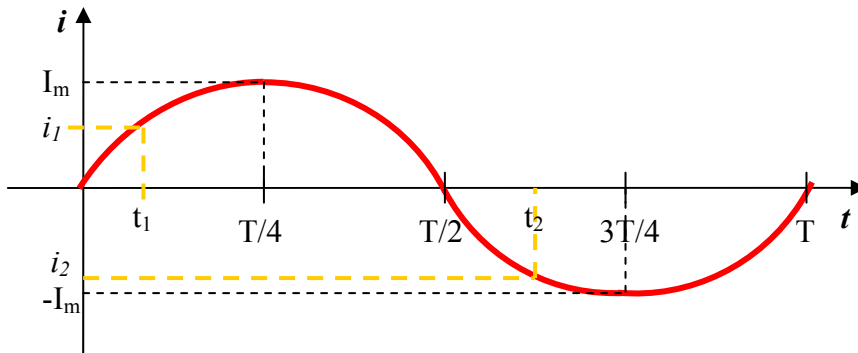
2007/2008.

УВОД

(час бр.2)

1. Основни параметри наизменичних величина (i, u, e)

То су величине чије се промене интензитета и смера периодично понављају у времену по синусном или косинусном закону.



$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = U_m \sin \omega t$$

$$e = E_m \sin \omega t$$

Sinus је закон по коме се мења функција а ωt је брзина промене.

Параметри простопериодичних величина су:

1. тренутна вредност струје – вредност коју струја има у неком тренутку времена

на пример: $t_1 \Rightarrow i_1 = I_m \sin \omega t_1$

$$t_2 \Rightarrow i_2 = I_m \sin \omega t_2$$

при чему се вредности синуса крећу у границама: $-1 \leq \sin \omega t \leq +1$

2. период – је временски интервал за који величина направи једну пуну осцилацију. Означава се са T а јединица је секунда – [s]

3. фреквенција – је број осцилација у јединици времена, тј у једној секунди.

$$f = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{s} = \text{Hz} \right]$$

$$f = \frac{np}{60}, \text{ где је } p \text{ број пари полова генератора а } n \text{ број обртаја у минути.}$$

4. амплитуда – је максимална вредност коју достиже простопериодична величина било у позитивном било у негативном смеру. (на слици $+I_m, -I_m$).

5. кружна учестаност ω - брзина ротације генератора наизменичне струје

$$\omega = 2\pi f \left[\frac{\text{rad}}{s} \right]$$

6. почетна фаза (ψ , θ , ϕ) – одређује интензитет величине у тренутку када почињемо да је посматрамо. Може бити позитивна, негативна и једнака нули

На пример:

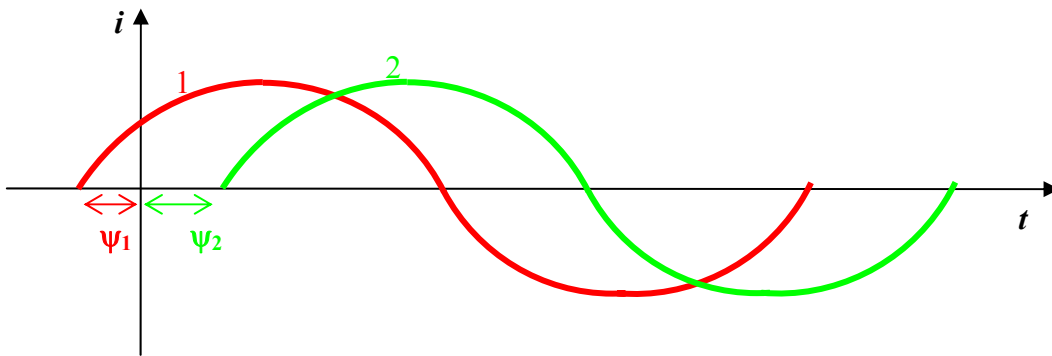
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

- **тренутна фаза** – фаза коју има струја у неком тренутку времена ($\omega t_1 + \psi$).

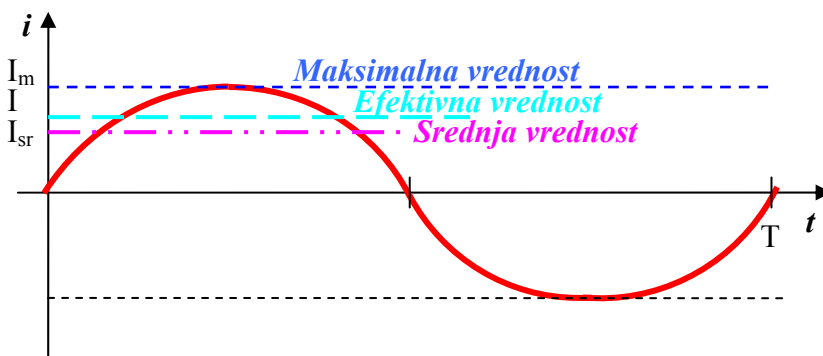
Ако је почетна фаза позитивна, значи да величина предњачи и да у нултом тренутку већ има неку вредност. Ако је почетна фаза негативна значи да величина касни.



Синусоида 1 предњачи за ψ_1

Синусоида 2 касни за ψ_2

7. ефективна вредност – простопериодичне величине она вредност сталне једносмерне струје која би у току периода T развила у отпорнику R исту количину топлоте као посматрана простопериодична струја.



Ефективна вредност струје синусног облика I :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707I_m$$

$$I_m = \sqrt{2}I$$

8. средња вредност – простопериодичне струје представља еквивалентну сталну једносмерну струју при којој за једну полупериоду $T/2$ кроз неки попречни пресек протекне иста количина наелектрисања као и при посматраној простопериодичној струји.

$$I_{sr} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m$$

Струје и напони се могу поредити по амплитуди и фази

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Страна 78, примери 1 и 2

За домаћи области: урадити претходне примере само са произвољним бројевима

(час бр.3)

2. Представљање простопериодичних величина

Простопериодичне величине се могу представити на следеће начине: аналитички, графички, комплексним бројевима и помоћу обртних вектора.

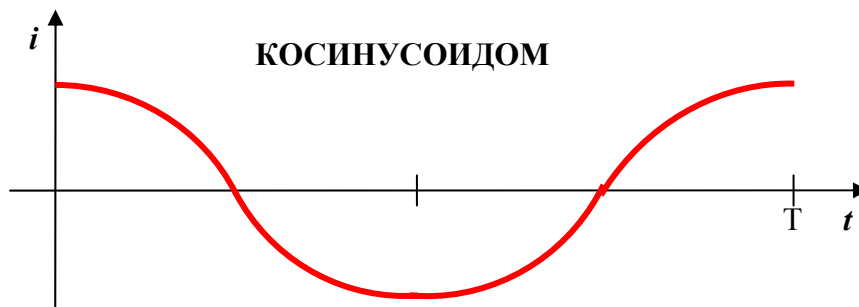
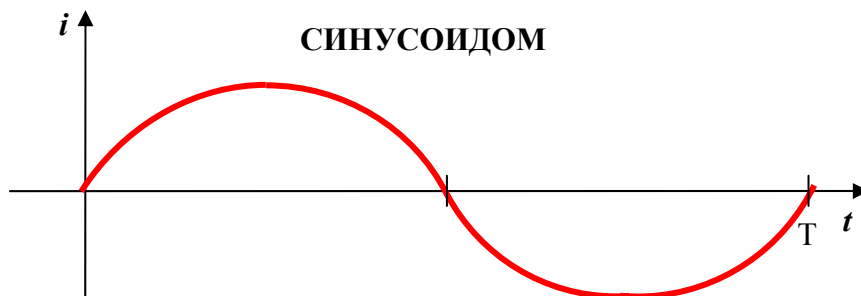
1. аналитички – ово је представљање тренутних вредности

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

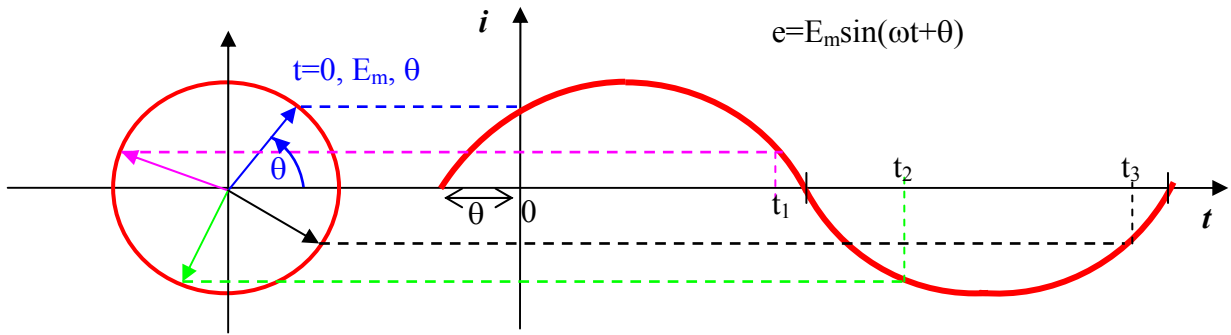
$$e = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

2. графички – помоћу кривих (линијско представљање)



Веза између синуса и косинуса: $i = I_m \cos(\omega t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

3. помоћу обртних вектора

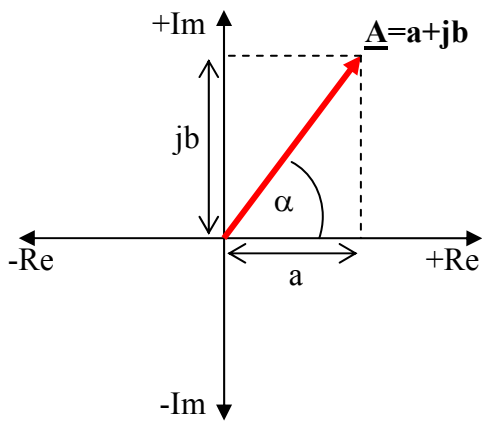


ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:
Страна 82, пример 4.1.2

За домаћи области: урадити претходни пример само са произвољним бројевима

(час бр.4)

4. помоћу комплексних бројева, на три начина.



1. алгебарски облик

$$\underline{A} = a + jb$$

2. тригонометријски облик

$$\cos \alpha = \frac{a}{A} \Rightarrow a = A \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{A} \Rightarrow b = A \sin \alpha$$

$$\underline{A} = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = A(\cos \alpha + j \sin \alpha)$$

3. експоненцијални облик

$$\underline{A} = A \cdot e^{j\alpha} = A[\alpha]$$

Ојлеров образац: $e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$
 $e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha$

$A = |\underline{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ - модуло, или ефективна вредност је интензитет вектора

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}} = \frac{b}{a}$$

$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}} = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$ - аргумент комплексног броја, то јест угао између реалне осе и вектора

Коњуговано комплексни број $\underline{A}^* = a - jb = A(\cos \alpha - j \sin \alpha) = A \cdot e^{-j\alpha}$

$$AA^*=(a+jb)(a-jb)=a^2+b^2=A^2$$

Пример 1: $A=2+j6$, $A^*=2-j6$, $AA^*=2^2+6^2=40$

Пример 2: $A=-3-j2$, $A^*=-3+j2$, $AA^*=(-3)^2+(-2)^2=13$

(час бр.5)

3. Основне операције са комплексним бројевима

Пример 1: Дата су 2 комплексна броја: $\underline{A}=3+j2$, $\underline{B}=-1-j3$. Израчунати:

а) $\underline{C}=\underline{A}+\underline{B}$ (2-j1)

б) $\underline{D}=\underline{A}-\underline{B}$ (4+j5)

ц) $\underline{E}=\underline{A}*\underline{B}$ (3-j11)

д) $\underline{F}=\underline{A}/\underline{B}$ (-0,9+j0,7)

Пример 2: Представити у тригонометријском и експоненцијалном облику бројеве:

$$\underline{A}_1 = 12 - j12 \quad \left(A_1 = 12\sqrt{2}, \alpha = \arctg -1 = -45 \right),$$

$$\left(\underline{A}_1 = 12\sqrt{2}(\cos 45 - j \sin 45) \right), \underline{A}_1 = 12\sqrt{2}e^{-j45}$$

$$\underline{A}_2 = 3 + j\sqrt{3} \quad A_2 = 2\sqrt{3}, \alpha = 30, \underline{A}_2 = 2\sqrt{3}(\cos 30 + j \sin 30) = 2\sqrt{3}e^{j30}$$

Пример 3: Сваком комплексном броју из примера 1 наћи модуо и аргумент.

Пример 4: Сваком комплексном броју из примера 1 наћи коњуговано комплексну вредност, а затим израчунати модуо и аргумент за сваки.

Пример 5: Све комплексне бројеве из примера 1 приказати у тригонометријском облику.

Пример 6: Све комплексне бројеве из примера 1 приказати у експоненцијалном облику.

За домаћи и вежбање: Дата су 4 комплексна броја: $\underline{A}=2+j5$, $\underline{B}=-2-j3$, $\underline{C}=-3+j2$, $\underline{D}=2-j3$.

Израчунати: а) модуо и аргумент сваког од ових бројева

б) коњуговано комплексну вредност сваког од ових бројева, а затим за сваки одредити модуо и аргумент

ц) $\underline{E}=\underline{A}+\underline{B}+\underline{C}+\underline{D}$, $\underline{F}=\underline{A}-\underline{B}-\underline{C}+\underline{D}$, $\underline{G}=\underline{A}/\underline{B}+\underline{C}/\underline{D}$, $\underline{H}=\underline{A}*\underline{B}*\underline{C}-\underline{D}$, $\underline{I}=\underline{A}/\underline{C}+\underline{B}*\underline{D}$,
 $\underline{J}=\underline{A}*\underline{B}^*$

д) модуо и аргумент сваког од добијених бројева из примера ц)

е) коњуговано комплексну вредност за сваки од израчунатих комплексних бројева из случаја ц), а затим за сваки одредити модуо и аргумент

ф) све комплексне бројеве који су дати или израчунати приказати у тригонометријском и експоненцијалном облику

(час бр.6)**Вежбање задатака (представљање ппв)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

1.3.2, 1.3.4, 1.3.9, 1.3.11, 1.4.8, 1.4.9, 1.4.10

За домаћи: 1.4.1, 1.4.2

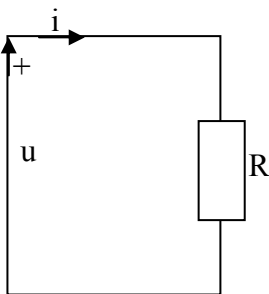
За вежбање области: 1.3, 1.4, 1.5, 1.6.

(час бр.7)**Вежбање задатака (сабирање ппв, тренутна вредност)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

1.5.1, 1.5.11, 1.4.3, 1.4.4, 1.4.5,

За домаћи: 1.4.6, 1.4.7

за вежбање области: 1.3, 1.4, 1.5, 1.6.

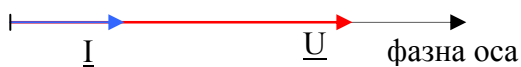
(час бр.8)**4. Отпорник у колу наизменичне струје**

$$u = U_m \sin \omega t$$

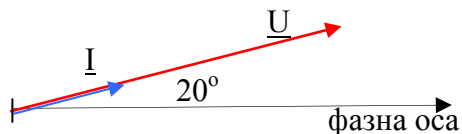
$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t$$

$$I = \frac{U}{R}, I_m = \frac{U_m}{R}, \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}$$

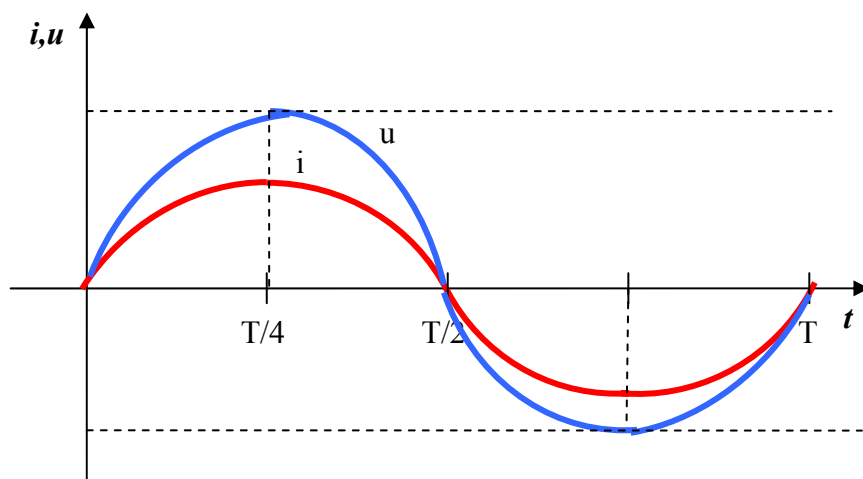
Ако се у колу налази само отпорник активног отпора R тада су напон и струја у фази, тј $\theta = \psi$, односно између њих нема фазног помака. R је активна отпорност отпорника, може бити искључиво позитивна (резистанса)



$\theta = 0, \psi = 0$, угао између напона и струје је $\varphi = \theta - \psi$ и износи 0.
 $i = I_m \sin \omega t, u = U_m \sin \omega t$



$\theta = 20, \psi = 20$, угао између напона и струје је $\varphi = \theta - \psi$ и износи 0.
 $i = I_m \sin (\omega t + 20), u = U_m \sin (\omega t + 20)$



$$i = I_m \sin \omega t, u = U_m \sin \omega t$$

Снага:

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} [W]$$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

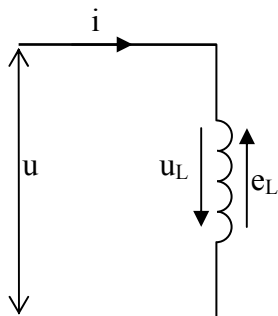
Ветш: 4.1.1.1 (стр 85), 4.1.1.2 (стр 86)

За домаћи: 1.7.6, 1.7.8, 1.7.9

за вежбање области: 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7

(час бр.9)

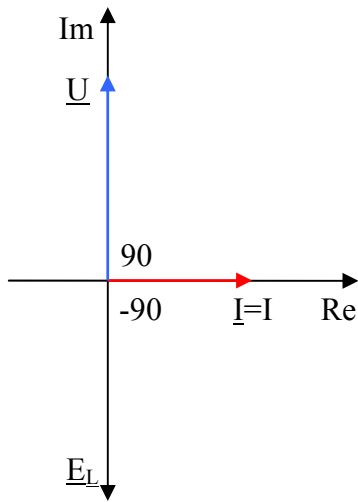
5. Калем у колу наизменичне струје



$$i = I_m \sin \omega t$$

$X_L = \omega L = 2\pi f L [\Omega]$ - reaktivni otpor kalema. Калем је иначе пропусник ниских учестаности (реактанса)

$$u = X_L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



$$U_m = X_L I_m, U = X_L I, \underline{U} = \underline{X_L I} = jX_L I$$

$$u_L + e_L = 0$$

$$E_m = U_m$$

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\underline{E_L} = -\underline{U_L} = U_L e^{-j\theta}$$

$$\underline{X_L} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\theta}}{I e^{j\psi}} = X_L e^{j(\theta-\psi)} = X_L e^{j\varphi}$$

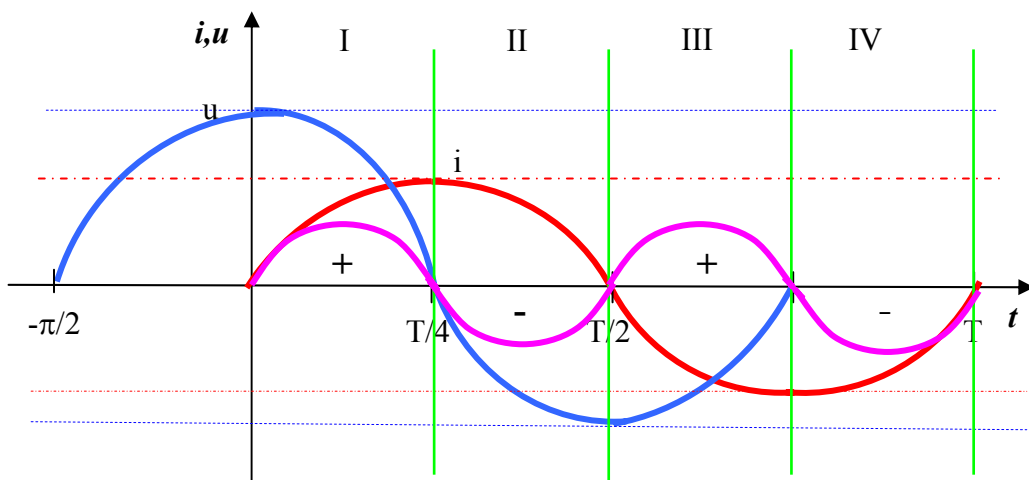
Ако је у колу наизменичне струје само калем, напон предњачи струји за 90 степени.

Збир напона на калему и електромоторне силе самоиндукције једнак је нули. Електромоторна сила самоиндукције има исту амплитуду као и напон, али је померена у односу на вектор напона за 180 степени. То су супротни вектори.

$$E_m = U_{Lm}, \Theta_L = \Theta - 180, \Theta_L = \Psi - 90$$

Реактивна снага:

$$Q = X_L I^2 = \frac{U^2}{X_L} [Var]$$



$$p = ui = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) I_m \sin \omega t = UI \sin 2\omega t$$

$$\left\langle \sin \omega t + \frac{\pi}{2} = \cos \alpha, 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha \right\rangle$$

Максимална вредност енергије нагомилане у магнетном пољу калема је: $W_{Lm} = \frac{LI_m^2}{2} = LI^2$

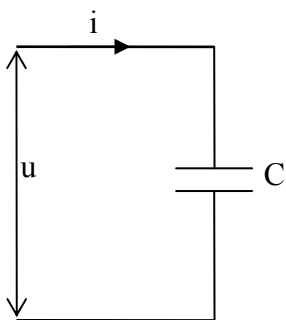
У току прве четвртине периоде када је тренутна снага позитивна и струја расте од 0 до максималне вредности електрична енергија се из извора нагомилала у калему у облику магнетне енергије. У другој четвртини периоде струја у колу опада од максималне вредности до 0 снага је негативна а магнетна енергија нагомилана у калему се смањује и враћа извору. У трећој и четвртој четвртини се процес понавља.

У идеалном калему (калем без губитака) долази до осциловања енергије између извора и магнетног поља калема. Активна снага је једнака нули, то јест извор не троши енергију пошто губици у калему не постоје.

За домаћи и вежбање област: 1.8

(час бр.10)

6. Кондензатор у колу наизменичне струје



$$q(t) = Cu(t) = CU_m \sin \omega t \Rightarrow \theta = 0$$

$$q = i \cdot t$$

$$\Delta q = i \Delta t \Rightarrow i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\Delta q = C \Delta u \Rightarrow i = C \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \psi = \frac{\pi}{2}$$

При свакој промени напона прикљученог на облоге кондензатора у колу са кондензатором ће протећи струја која је толико јача уколико је већа брзина промене прикљученог напона. У колу се наизменично врши процес претварања електричне енергије извора у потенцијалну енергију електричног поља кондензатора и обрнуто.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} [\Omega] \text{ - реактивни отпор кондензатора}$$

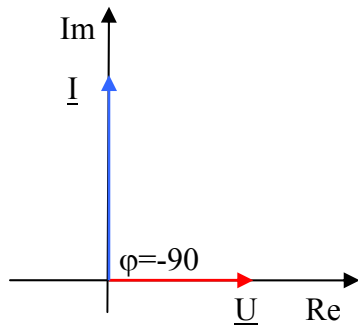
$$U = X_c I, \dots, U_m = X_c I_m, \dots, \underline{U} = \underline{X_c I} = -j X_c \underline{I}$$

Ако је у колу наизменичне струје прикључен само кондензатор он ће изазвати фазни померај између напона и струје такав да струја предњачи напону за 90° . Како је

$$u = U_m \sin \omega t, \dots, i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ тада је}$$

$$\underline{X}_c = -jX_c, \dots, \underline{X} = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j0}}{Ie^{j\frac{\pi}{2}}} = X_c e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_c, \text{ а реактивна снага је}$$

$$Q_c = UI = X_c I^2 [\text{VAR}]$$

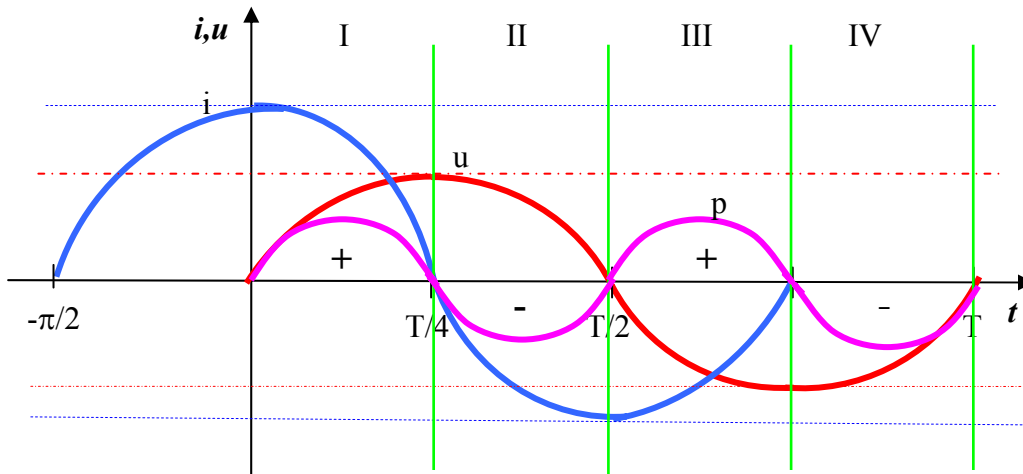


$$p = u \cdot i$$

$$p = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t$$

Максимална вредност енергије електростатичког поља кондензатора:

$$W_{cm} = \frac{CU_m^2}{2} = CU^2 [\text{J}]$$



У првој четвртини периоде енергија иде од генератора према кондензатору претварајући се из електричне енергије у енергију електростатичког поља кондензатора. Кондензатор се пуни, напон расте од нуле до максималне вредности и енергија је позитивна. У другој четвртини периоде кондензатор се празни, напон на њему опада од максималне вредности до нуле, а енергија се из кондензатора враћа у извор претварајући се поново у електричну енергију. У трећој и четвртој периоди процес се понавља.

За домаћи област: 2.3

(час бр.11)

Вежбање задатака (R, L i C у колу наизменичне струје)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.3.1

Ветш:4.1.2.1 (стр 90),4.1.2.2 (стр 91)

За домаћи: 1.7.6, 1.7.7, 1.7.8, ФЗ:213

за вежбање области: 1.7, 1.8

(час бр.12)

Вежбање задатака (R, L i C у колу наизменичне струје)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.3.2

ФЗ:201, 202, 203, 210

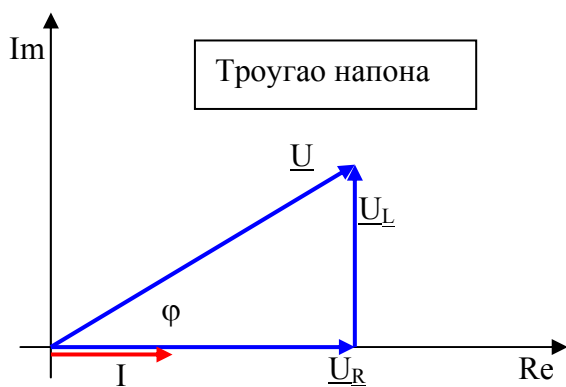
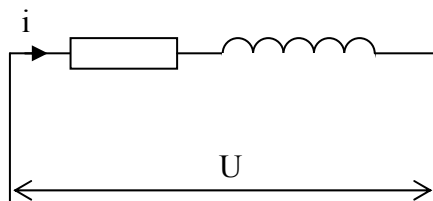
Ветш:4.1.3.1 (стр 95),4.1.3.2 (стр 96)

За домаћи: 1.8.3, 1.8.4, 2.3.1

за вежбање области: 1.7, 1.8

(час бр.15)

7. Редна веза између отпорника и калема у колу наизменичне струје



$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = u_R + u_L$$

$$u_R = Ri = RI_m \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t$$

$$u_L = X_L i = jX_L I_m \sin \omega t = U_{Lm} \sin(\omega t + 90)$$

Из последње три једначине следи:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi), \text{ где је } \varphi \text{ између } 0 \text{ и } 90 \text{ степени.}$$

У колу са редном RL везом напон предњачи струји за угао φ .

У комплексном облику:

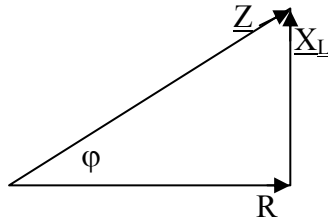
$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = U_R + jU_L$$

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} = (R + jX_L)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}, \text{ где је}$$

$\underline{Z} = R + jX_L$ импеданса [Ω], привидна отпорност пријемника

Троугао импедансе

Са



слике се види:

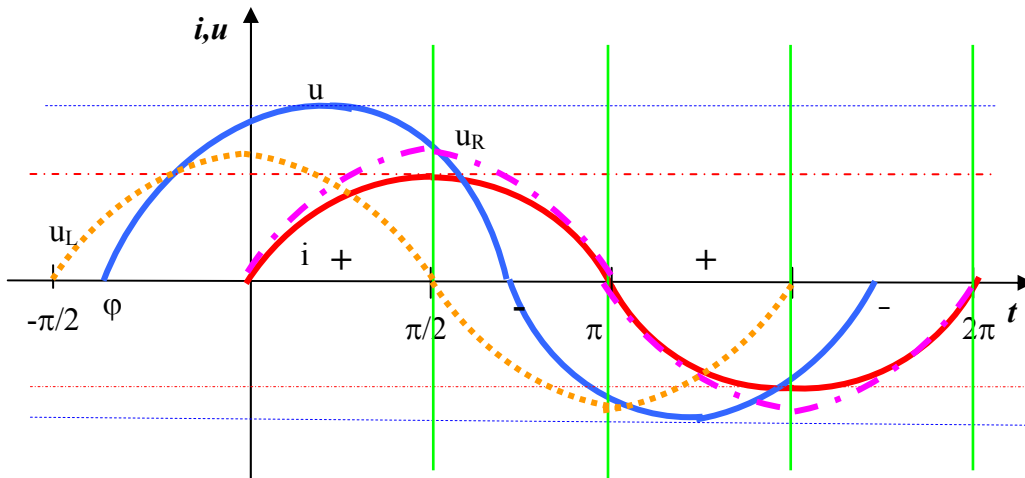
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$U = ZI$$

$$U_m = ZI_m$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L}{U_R} = \arctg \frac{X_L}{R}$$

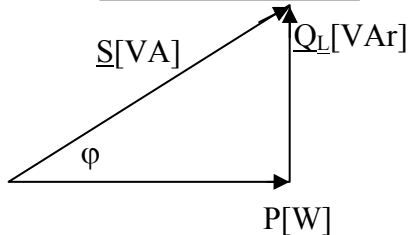


за вежбање области: 2.1

(час бр.16)

8. Енергетски процеси у редном RL колу

Троугао снаге



$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I = Z \cdot I^2$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cos \varphi = U_R I = R I^2 - \text{снага отпора}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = S \sin \varphi = U_L I = X_L I^2 - \text{снага калема}$$

Фактор снаге: $\cos \varphi = \frac{P}{S}$, $0 < \cos \varphi < 1$

На пример: за $\varphi=0$, $\cos \varphi=1$, $Q=0$, $P=S$

За $\cos \varphi=0.8$, $Q=0,2S$, $P=0,8S$

Уколико је мањи угао φ утолико је $\cos \varphi$ ближи јединици, па је утолико већа активна снага. За разлику од кола које садржи само калем у овом колу извору се не враћа сва енергија коју је дао колу, него се део ове енергије троши на загревање отпорника у колу.

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

ФЗ:204, 205, 206

за вежбање области: 2.1, 2.2,

(час бр.17)

Вежбање задатака (RL коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.1.7, 2.1.3, 2.9.3, 2.9.10

За домаћи: 2.2.3, 2.2.6

за вежбање области: 2.1, 2.2

(час бр.18)

Вежбање задатака (RL коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.1.5, 2.1.9, 2.1.10

ФЗ:214

Ветш:4.1.9.1

За домаћи: 2.1.6, 2.2.5, 2.2.7

за вежбање области: 2.1, 2.2

(час бр.19)

Вежбање задатака (RL коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.2.3, 2.2.11

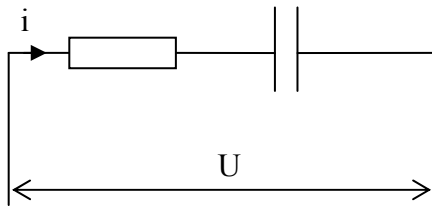
Ветш:4.1.9.2

За домаћи: 2.9.8, 2.9.9, 2.9.11

за вежбање области: 2.1, 2.2

(час бр.20)

9. Редна веза отпорника и кондензатора



$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = u_R + u_C$$

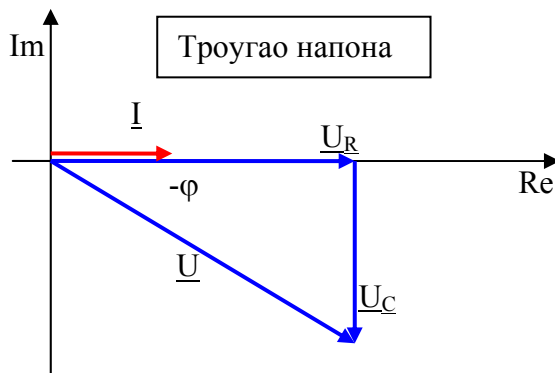
$$u_R = Ri = RI_m \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t$$

$$u_C = -jX_C i = U_{Cm} \sin(\omega t - 90)$$

Из последње три једначине следи:

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi)$$

У колу са редном RC везом струја предњачи напону за угао фи.

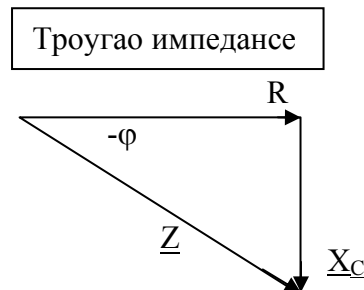


У комплексном облику:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = U_R - jU_C$$

$$\underline{U} = R\underline{I} - jX_C \underline{I} = (R - jX_C)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}, \text{ где је}$$

$$\underline{Z} = R - jX_C \text{ импеданса } [\Omega]$$



Са слике се види:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$$

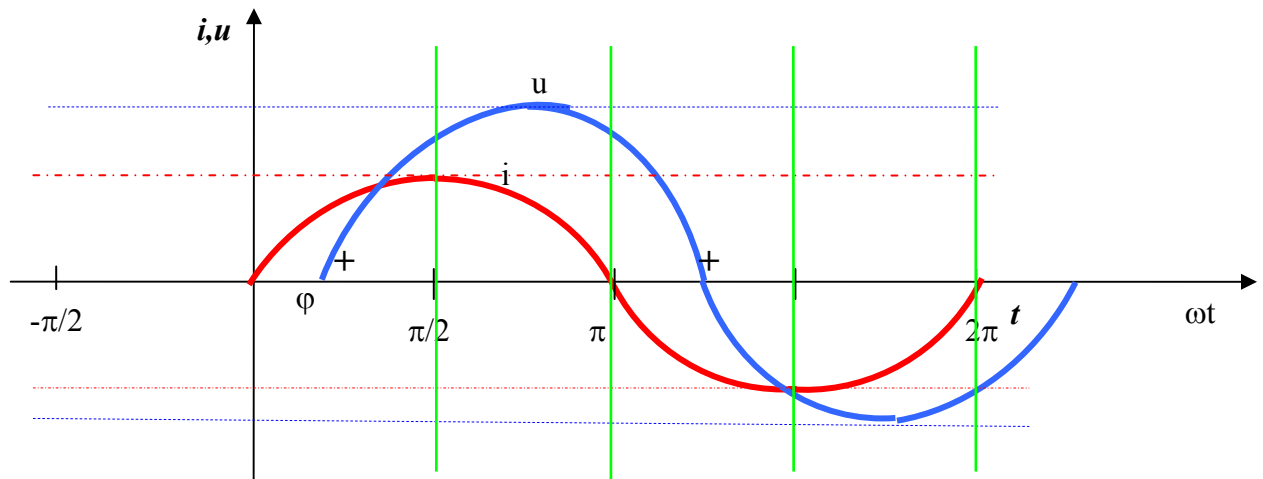
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$U = ZI$$

$$U_m = ZI_m$$

$$\varphi = \arctg \frac{-U_C}{U_R} = \arctg \frac{-X_C}{R}$$

ЛИНИЈСКИ ДИЈАГРАМ

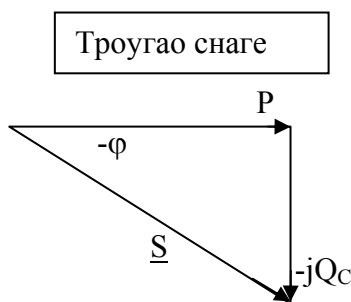


за вежбање области: 2.4, 2.5

(час бр.21)

10. Енергетски процес у редном RC колу

За разлику од кола само са кондензатором у овом колу један део енергије осцилује између извора и кондензатора, а други део енергије се на активном отпору неповратно претвара у топлоту.



$$\underline{S} = P - jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I = Z \cdot I^2$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cos \varphi = U_R I = R I^2 - \text{снага отпора}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = S \sin \varphi = U_C I = X_C I^2 - \text{снага кондензатора}$$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:
Ф2:211, 212, 213

За домаћи: 2.9.3, 2.4.3, 2.4.4
за вежбање области: 2.4, 2.5

(час бр.22)**Вежбање задатака (RC коло)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.4.1, 2.4.2, 2.4.6, 2.4.5

За домаћи: 2.4.3, 2.4.4, 2.4.10

за вежбање области: 2.4, 2.5

(час бр.23)**Вежбање задатака (RC коло)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.5.1, 2.5.2, 2.4.3

ФЗ:215

За домаћи: 2.5.3, 2.5.6

за вежбање области: 2.4, 2.5, 2.6

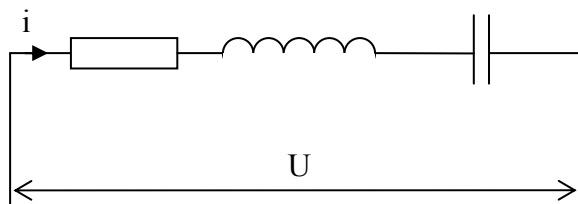
(час бр.24)**Вежбање задатака (RC коло)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.5.4, 2.5.5

ФЗ:233, 249

За домаћи: 2.6.1, 2.6.2

за вежбање области: 2.4, 2.5, 2.6

(час бр.25)**11. Редно RLC коло**

$$X_L = \omega L, \underline{X}_L = j\omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \underline{X}_C = -\frac{j}{\omega C}$$

Тренутне вредности:

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u_R = U_{Rm} \sin \omega t$$

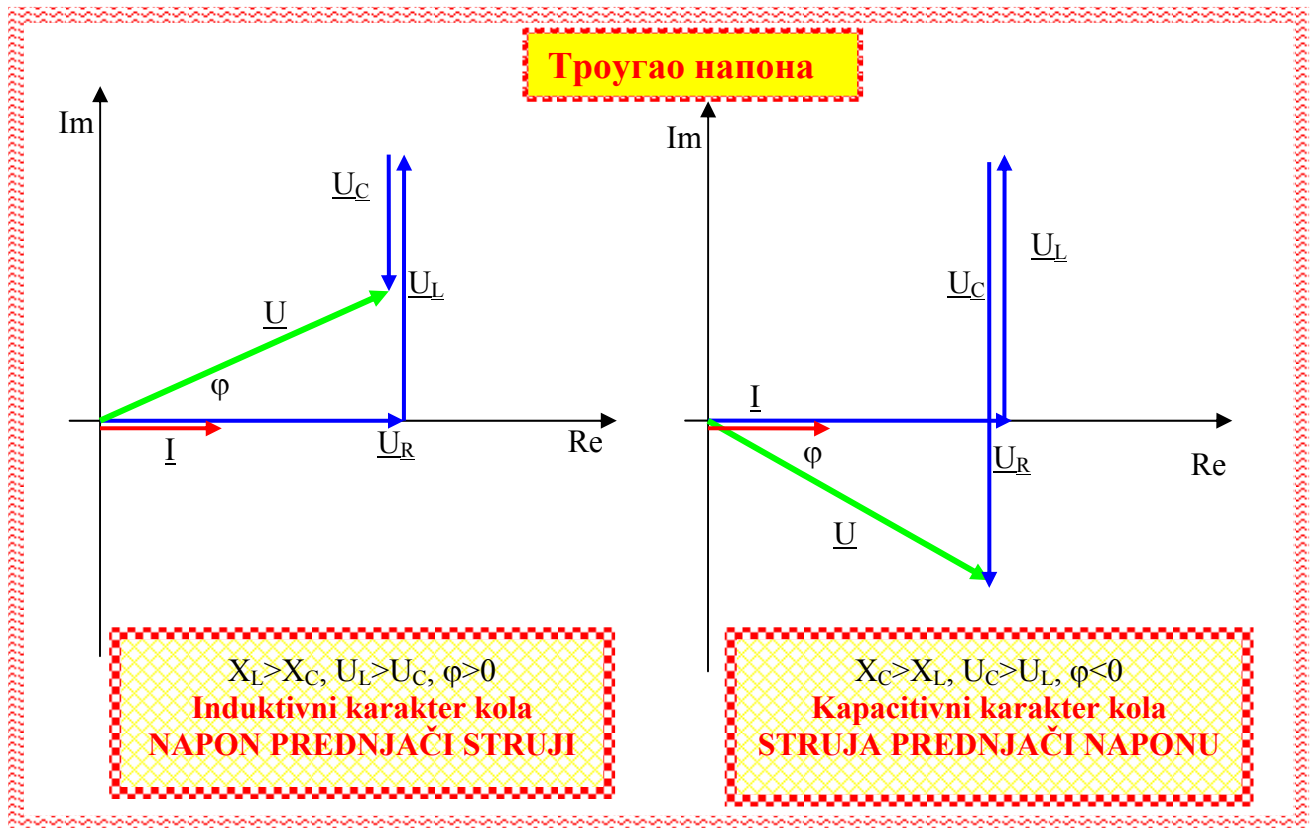
$$u_L = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_C = U_{Cm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$u = U_m \sin(\omega t \pm \varphi)$$

Векторски дијаграми



Комплексне вредности

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = U_R + jU_L - jU_C = U_R + j(U_L - U_C)$$

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \underline{I}[R + j(X_L - X_C)] = \underline{I}(R + jX) = \underline{I} \cdot \underline{Z}$$

Ефективне вредности

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

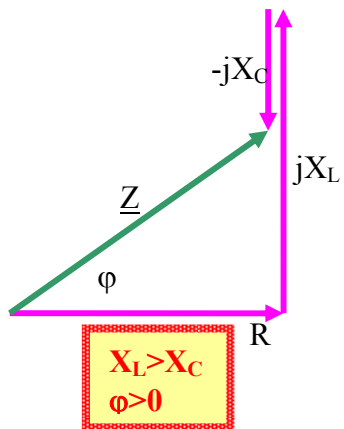
$$X = X_L - X_C$$

$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$ – привидна отпорност RLC кола

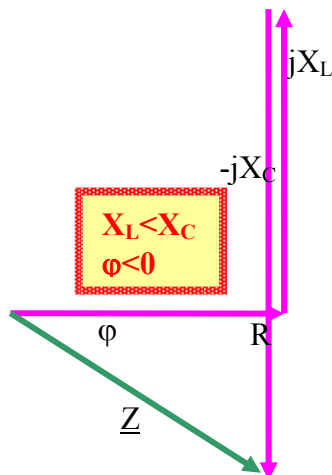
$$\Psi = 0, \Theta = \varphi$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

TROUGAO IMPEDANSE

Induktivno kolo



Kapacitivno kolo

Омов закон:

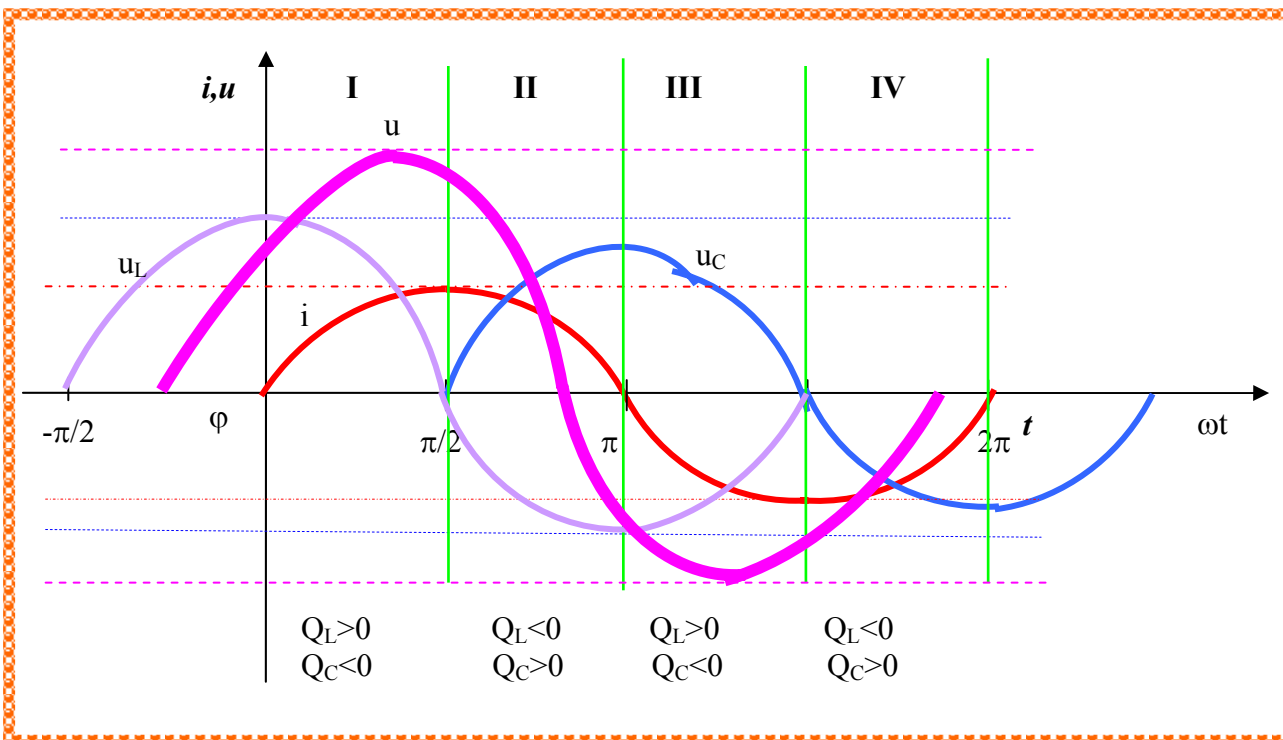
$$U_R = RI$$

$$U_L = X_L I$$

$$U_C = X_C I$$

$$U = ZI$$

Линијски дијаграм

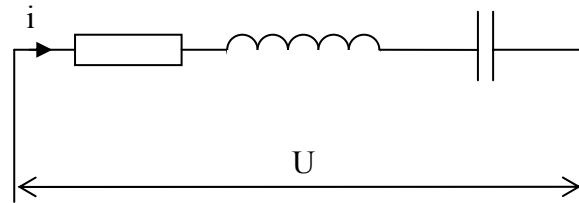


$X_L > X_C$
 $S = UI$
 $Q_L = U_L I, > 0$
 $Q_C = U_C I, < 0$

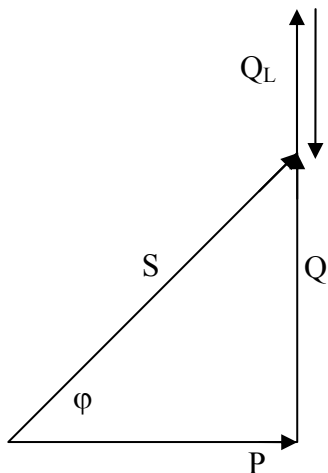
	I	II	III	IV
$i > 0$	$i > 0$	$i > 0$	$i < 0$	$i < 0$
$u_L > 0$	$u_L > 0$	$u_L < 0$	$u_L < 0$	$u_L > 0$
$u_C < 0$	$u_C < 0$	$u_C > 0$	$u_C > 0$	$u_C < 0$
$Q_L > 0, Q_C < 0$	$Q_L > 0, Q_C < 0$	$Q_L < 0, Q_C > 0$	$Q_L < 0, Q_C > 0$	$Q_L > 0, Q_C < 0$

(час бр.26)

12. Енергетски процеси у редном RLC колу



TROUGAO SNAGE



$$\underline{S} = P + jQ$$

$$Q = Q_L - Q_C$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = ZI^2$$

$$P = RI^2 = S \cos \varphi$$

$$Q_L = X_L I^2, Q_C = X_C I^2$$

$$Q = Q_L - Q_C = (X_L - X_C) I^2 = XI^2 = S \sin \varphi$$

У току прве четвртине периоде струја I и напон на калему U_L имају исти смер па је реактивна снага калема позитивна (калем узима енергију из извора и нагомилава је у облику енергије магнетног поља). У исто време напон на кондензатору се по апсолутној вредности смањује, реактивна снага кондензатора је негативна (кондензатор се празни).

У другој четвртини периоде струја у колу се смањује, смерови струје и напона на калему су супротни па енергија магнетног поља калема опада. У исто време напон на кондензатору расте (кондензатор се пуни а енергија се нагомилава у електричном пољу кондензатора).

У трећој и четвртој четвртини периоде процеси се понављају.

W_L – енергија калема W_C – енергија кондензатора

$$X_L > X_C \Rightarrow W_L > W_C \Rightarrow \Delta W = W_L - W_C$$

$$X_C > X_L \Rightarrow W_C > W_L \Rightarrow \Delta W = W_C - W_L$$

У временским одсечцима (интервалима) када калем нагомилава енергију кондензатор враћа енергију и обрнуто. Значи, у колу настаје осциловање енергије између магнетног поља калема и електричног поља кондензатора. Када је $X_L > X_C$ тада је $W_L > W_C$ па се при трошењу магнетне енергије кондензатору не предаје сва енергија нагомилавана

на калему већ се један њен део $\Delta W = W_L - W_C$ враћа извору. Значи, у посматраном колу се поред размене енергије између кондензатора и калема врши и размена вишка енергије калема ΔW између магнетног поља и извора.

У случају $X_C > X_L$ постоји вишак енергије $\Delta W = W_C - W_L$ па се осим размене енергије између кондензатора и калема, врши и размена вишка енергије између електричног поља кондензатора и извора.

за вежбање области: 2.7

(час бр.27)

Вежбање задатака (редно RLC коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.7.4, 2.7.6

ФЗ:216, 217, 219

За домаћи: 2.7.12, 2.7.16, 2.7.17

за вежбање области: 2.7

(час бр.28)

Вежбање задатака (редно RLC коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

2.7.7, 2.7.8

ФЗ:220, 221, 222

Ветш:4.2.2.3 (стр 156 напонски разделник)

За домаћи: 2.7.20, 2.7.21, 2.7.22

за вежбање области: 2.7

(час бр.29)

Вежбање задатака (редно RLC коло)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

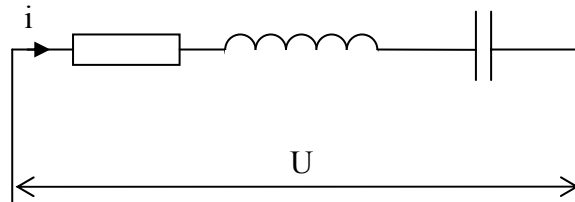
2.7.10, 2.7.14

ФЗ:223, 224, 225

За домаћи: 2.7.23, 2.7.24, 2.7.26

за вежбање области: 2.7

(час бр.30)

13. Редна (напонска) резонанција

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

Услов резонанције: $X_L = X_C$

Одавде је:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

Томпсонов образац

$$\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_{rez} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Када у колу наступи резонанција тада је:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + j0 = R$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + 0} = R$$

При резонанцији је импеданса минимална и једнака је отпорности: $Z = Z_{\min} = R$

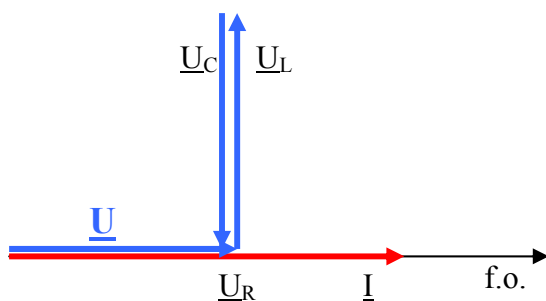
При резонанцији струја је максимална и износи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{Z_{\min}} = \frac{U}{R} = I_{\max}$$

При резонанцији напон је:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_R^2 + 0} = U_R, \text{ јер је}$$

$$U_L = X_L I, U_C = X_C I \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow U_L = U_C$$

**ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.8.4

за вежбање области: 2.8

(час бр.31)

Вежбање задатака (напонска резонанција)**ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.8.5

ФЗ:226, 227, 231

За домаћи: 2.6.3, 2.8.2, 2.8.3

за вежбање области: 2.8

(час бр.32)

Вежбање задатака (напонска резонанција)**ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**

2.8.5

ФЗ:230, 247, 251, 256

За домаћи: 2.8.7, 2.8.10, 2.8.9

за вежбање области: 2.8

(час бр.33)

Вежбање задатака (RLC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

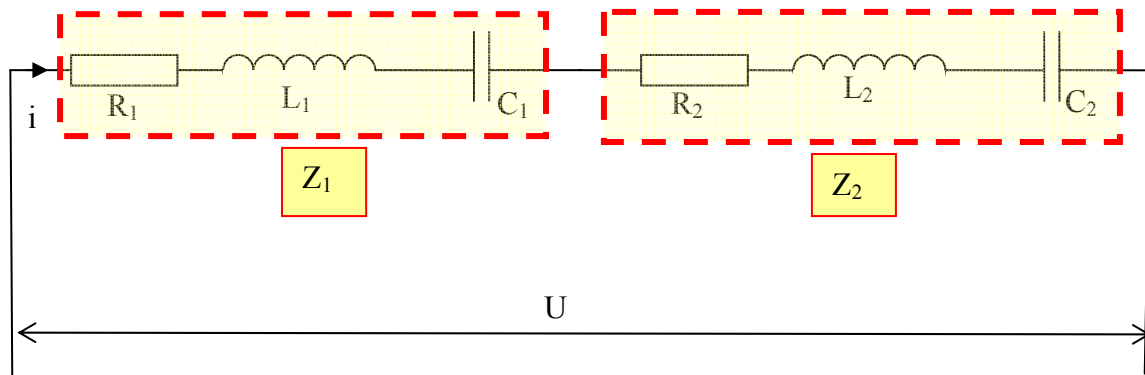
Вежш:4.2.2.3.1.3 (стр 159)

ФЗ:230, 258

За домаћи: 2.7.19, 2.7.20, 2.7.21

за вежбање области: све до сада

Редна веза два пријемника



$$R_e = R_1 + R_2$$

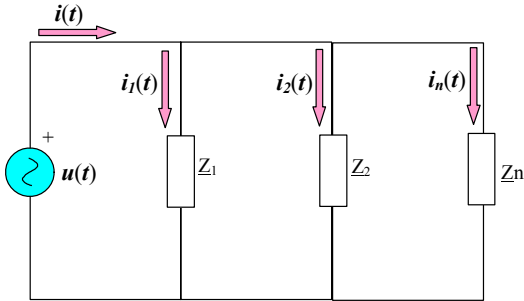
$$X_e = X_1 + X_2$$

$$Z_e \neq Z_1 + Z_2$$

$$\varphi_e \neq \varphi_1 + \varphi_2$$

(час бр.36)

14. Паралелна веза елемената



$$I = \frac{U}{Z_{ekv}}$$

$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \dots \underline{I}_n$$

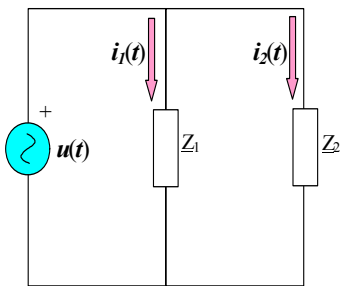
$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}_1} + \frac{U}{\underline{Z}_2} + \dots + \frac{U}{\underline{Z}_n}$$

$$\frac{U}{\underline{Z}_e} = U \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \dots + \frac{1}{\underline{Z}_n} \right)$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots \underline{Y}_n$$

\underline{Y} – адмитанса (проводност)

$$Y = \frac{1}{Z} \left[\frac{1}{\Omega} = 1S \right] - \text{сименс}$$



$$\underline{Z}_{ek} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}_{ek}}$$

RL kolo: $\underline{Z} = R + jX$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = Y e^{-j\varphi}$$

G – активна проводност (кондуктанса) [S]

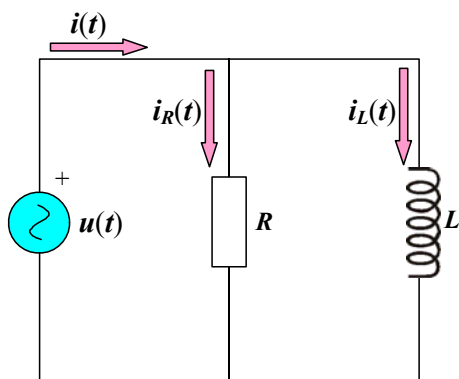
B – реактивна проводност (сусцептанса) [S]

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Ветш:4.2.2.3.1.4 (стр 160 – струјни разделник)

(час бр.37)

15. Паралелно RL коло

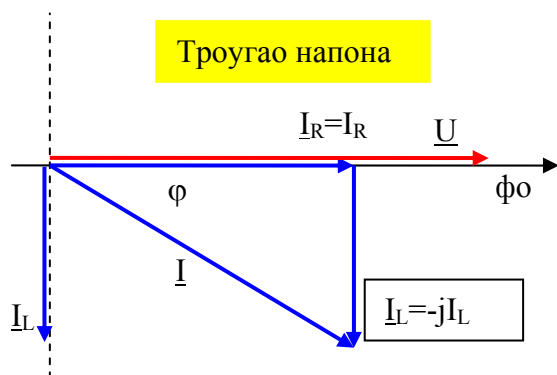


$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = i_R + i_L$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L$$

Векторски дијаграм – $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$



Комплексне вредности:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R - j \underline{I}_L = \underline{U}G - j\underline{U}B_L = \underline{U}(G - jB_L) = \underline{U}\underline{Y}$$

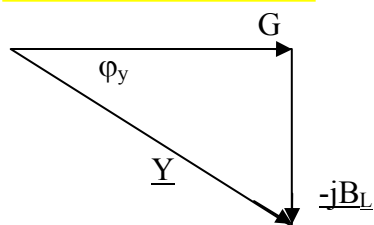
$$\underline{Y} = G - jB_L \text{ [S]}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = GU$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = UB_L$$

$$\underline{I} = \underline{U}\underline{Y}$$

Троугао адмитансе



$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_y \leq 0$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{B_L}{G}\right) = \arctg\left(-\frac{I_L}{I_R}\right)$$

$$\Theta = 0$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = Ye^{-j\varphi} = Ye^{j\varphi_y}$$

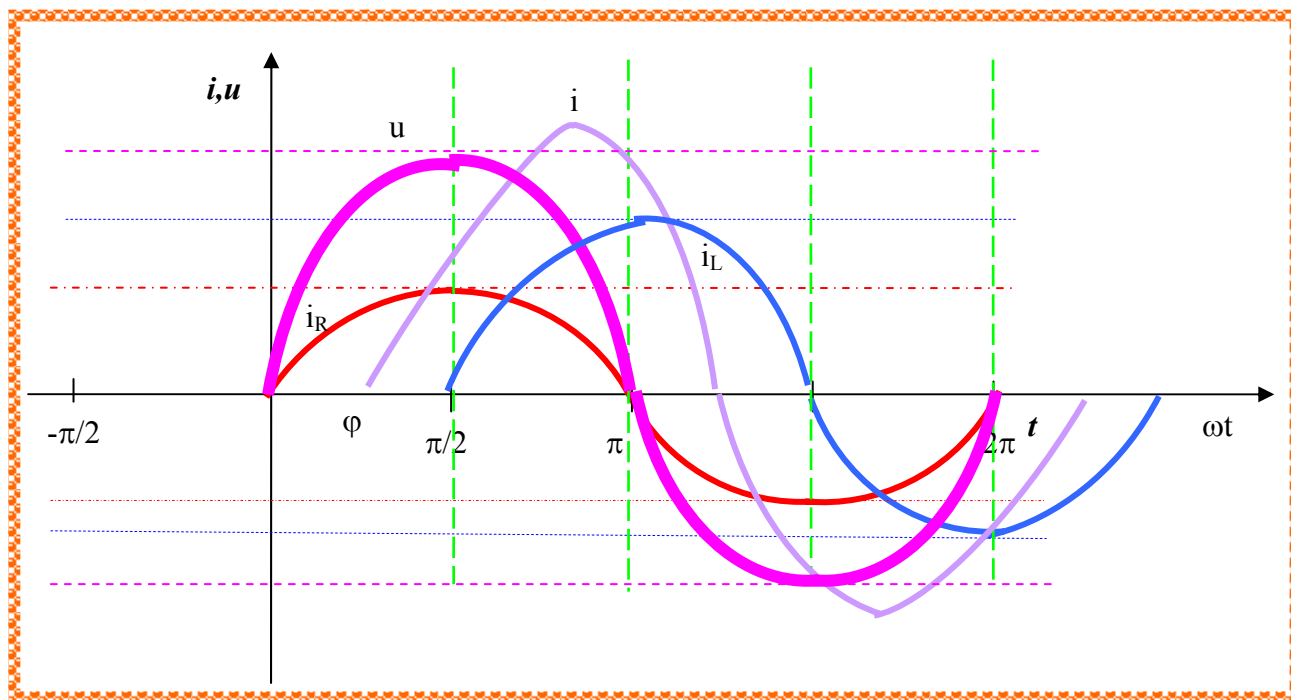
- ефективне вредности

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = UY$$

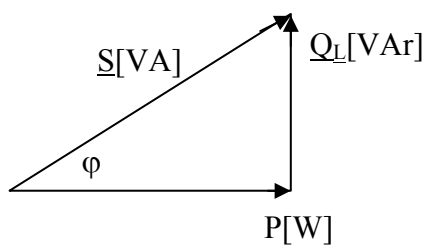
$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \frac{I}{U}$$

$$G = \frac{1}{R}, B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}, \underline{B}_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{jX_L} = -jB_L$$

Линијски дијаграм напона и струја



- снаге у паралелном **RL** колу



$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = Se^{j\varphi}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_y \leq 0$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{Q_L}{P}\right)$$

$$\varphi_y = -\varphi$$

$$P = UI_R = UUG = U^2G = S \cos \varphi, [W]$$

$$Q_L = UI_L = UUB_L = U^2B_L = S \sin \varphi, [VAr]$$

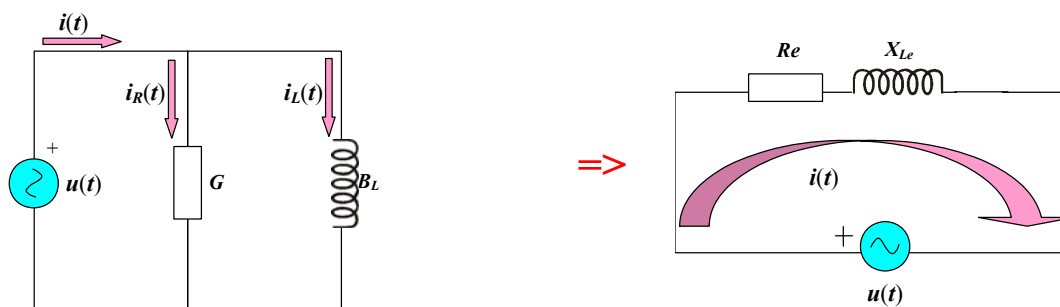
$$S = UI = UUY = U^2Y = \sqrt{P^2 + Q_L^2}, [VA]$$

за вежбање области: 3.1 и 3.3

(час бр.38)

Вежбање задатака (паралелна веза RL)

-прелазак са паралелног RL кола на редно RL коло



$$I = UY \quad (1)$$

$$I = \frac{U}{Z_{ekv}}$$

$$\varphi = \arcsin \frac{B_L}{Y} \quad (2)$$

$$\varphi = \arcsin \frac{X_{Le}}{Z_{ekv}}$$

Из (1):

$$UY = \frac{U}{Z_{ekv}}$$

$$Y = \frac{1}{Z_{ekv}}$$

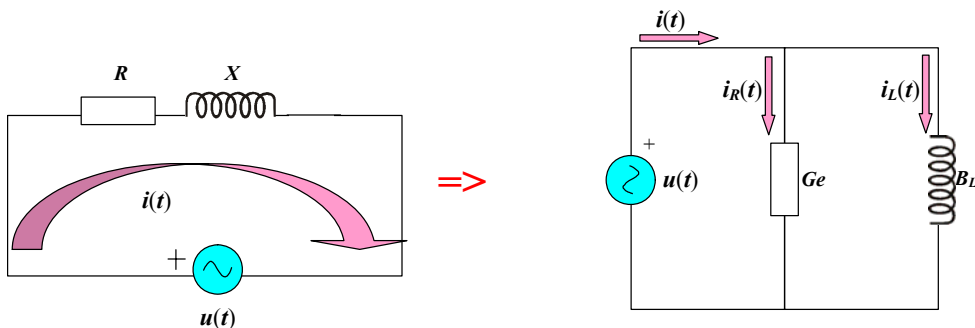
Из (2):

$$\frac{B_L}{Y} = \frac{X_{Le}}{Z_{ekv}}$$

$$X_{Le} = \frac{B_L}{Y} Z_{ekv} = \frac{B_L}{Y^2}$$

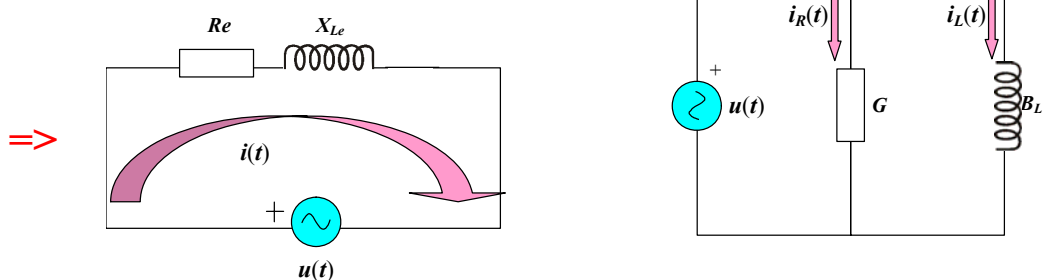
$$R_e = \frac{G}{Y^2}$$

-прелазак са редног **RL** кола на паралелно **RL** коло



$$G_e = \frac{R}{Z^2}$$

$$B_{Le} = \frac{X_L}{Z^2}$$



Један бројни пример: $R=10\Omega$, $X_L=4\Omega$, $U=100V$

Ако су везани редно $\Rightarrow Z=10,7\Omega$, $I=9,3A$

Ако су везани паралелно $\Rightarrow Z=3,67\Omega$, $I=27,7A$

Ако исте параметре вежемо или редно или паралелно неће се добити иста струја ни угао ϕ , зато се морају рачунати еквивалентни параметри.

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.1.1, 3.1.2

За домаћи: 3.1.4, 3.1.8, 3.1.10

за вежбање области: 3.1, 3.3

(час бр.39)

Вежбање задатака (паралелна веза RL)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.1.6, 3.1.7

Менарт: 4.8, 4.9

За домаћи: 3.3.5, 3.3.6

за вежбање области: 3.1, 3.3

(час бр.40)

Вежбање задатака (паралелна веза RL)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.1.9, 3.3.7, 3.3.8,

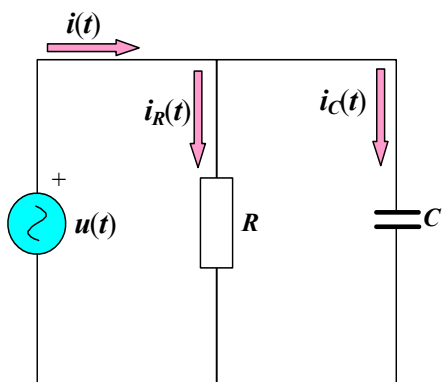
Менарт: 4.10, 4.11

За домаћи: 3.3.7, 3.3.9, 3.3.10

за вежбање области: 3.1, 3.3

(час бр.41)

15. Паралелно RC коло



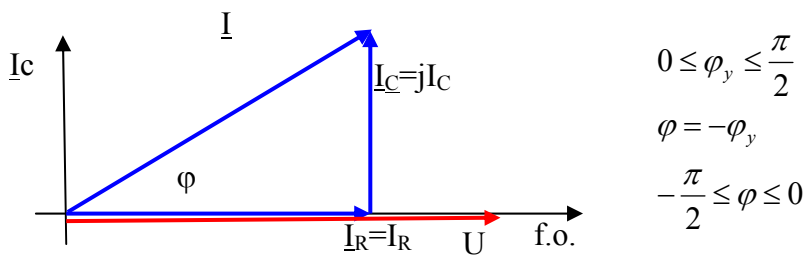
$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = i_R + i_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Векторски дијаграм напона и струја



$$0 \leq \varphi_y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = -\varphi_y$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0$$

комплексне вредности:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C = \underline{I}_R + j\underline{I}_C$$

$$\underline{I}_R = \underline{U}G, G = 1/R$$

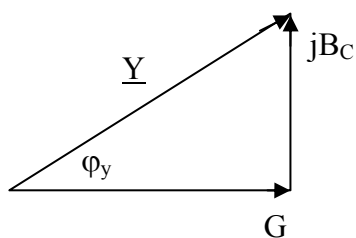
$$\underline{I}_C = \underline{U}B_C, B_C = 1/X_C$$

$$\underline{I}_R = \underline{U}G$$

$$\underline{I}_C = \underline{U}B_C = \underline{U} * 1/\underline{X}_C = \underline{U} * 1/-jX_C = j\underline{U}B_C$$

$$\underline{I} = \underline{U}G + j\underline{U}B_C = \underline{U}(G + jB) = \underline{U}Y \quad Y = G + jB_C$$

-троугао адмитансе



$$0 \leq \varphi_y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = -\varphi_y$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$

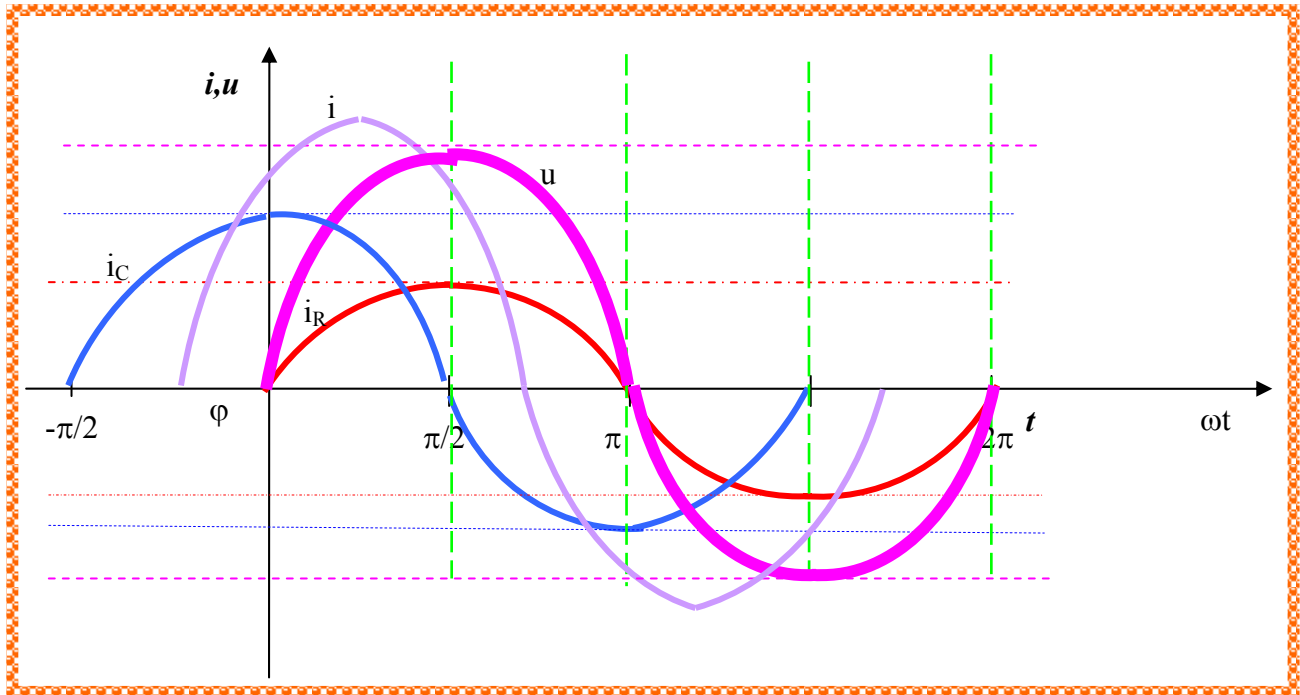
$$\varphi_y = \arctg \frac{B_C}{G} = \arctg \frac{I_C}{I_R}, \Theta = 0$$

- ефективне вредности

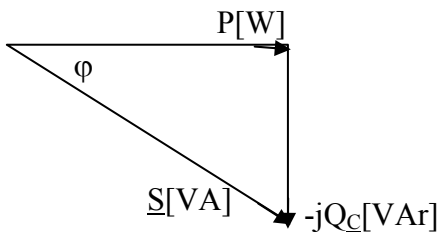
$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = UY$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

Линијски дијаграм напона и струја



- снаге у паралелном **RC** колу



$$\underline{S} = P - jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S e^{j\varphi}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{-Q_C}{P}\right)$$

$$\varphi_y = -\varphi$$

$$P = UI_R = UUG = U^2G = S \cos \varphi, [W]$$

$$Q_C = UI_c = UUB_C = U^2B_C = S \sin \varphi, [VAr]$$

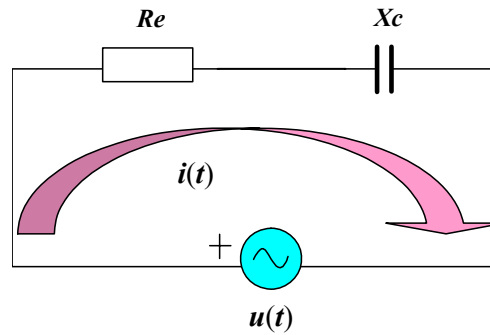
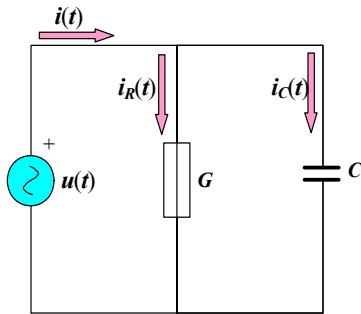
$$S = UI = UUY = U^2Y = \sqrt{P^2 + Q_C^2}, [VA]$$

за вежбање области: 3.2 и 3.4

(час бр.42)

Вежбање задатака (паралелна веза RC)

-прелазак са паралелног RC кола на редно RC коло



$I=UY$ (1)

$I = \frac{U}{Z_{ekv}}$

$\varphi = \arcsin \frac{B_C}{Y}$ (2)

$\varphi = \arcsin \frac{X_{Ce}}{Z_{ekv}}$

Из (1):

$$UY = \frac{U}{Z_{ekv}}$$

$$Y = \frac{1}{Z_{ekv}}$$

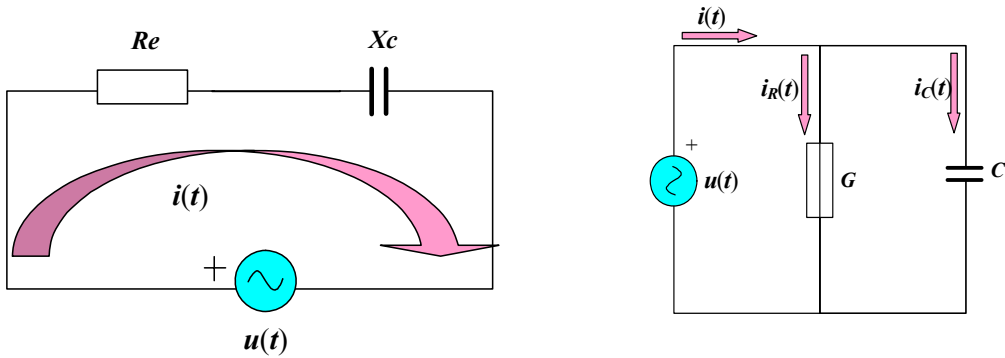
Из (2):

$$\frac{B_C}{Y} = \frac{X_{Ce}}{Z_{ekv}}$$

$$X_{Ce} = \frac{B_C}{Y} Z_{ekv} = \frac{B_C}{Y^2}$$

$$R_e = \frac{G}{Y^2}$$

-прелазак са редног RC кола на паралелно RC коло



$$G_e = \frac{R}{Z^2}$$

$$B_{Ce} = \frac{X_L}{Z^2}$$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 4.20, 4.16, 4.18

За домаћи: 3.2.5, 3.4.3, 3.4.5

за вежбање области: 3.2, 3.4

(час бр.43)

Вежбање задатака (паралелна веза RC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.2.2, 3.2.3, 3.2.4

За домаћи: 3.4.6, 3.4.7

за вежбање области: 3.2, 3.4

(час бр.44)

Вежбање задатака (паралелна веза RC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.4.4

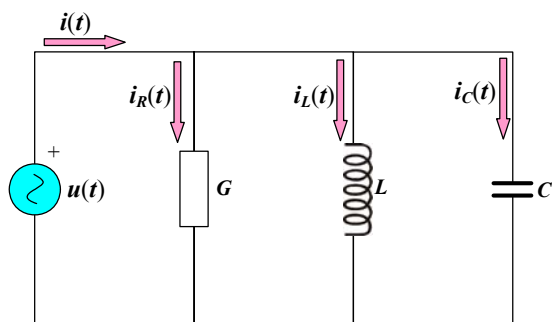
Ветш:4.2.2.3.1.4 (стр 160 – струјни разделник), 4.2.2.3.1.5

За домаћи: 3.4.9, 3.4.10

за вежбање области: 3.2, 3.4

(час бр.45)

16. Паралелно RLC коло



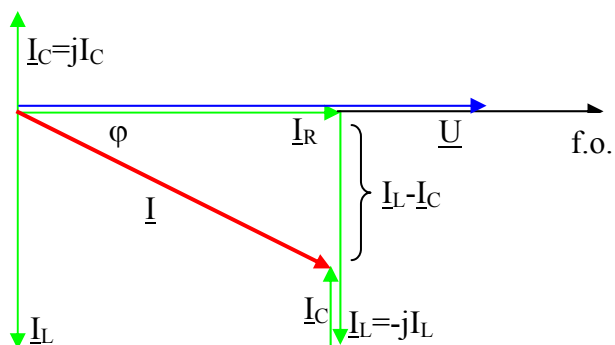
$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$$

$$i = i_R + i_L + i_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

Векторски дијаграм струја и напона



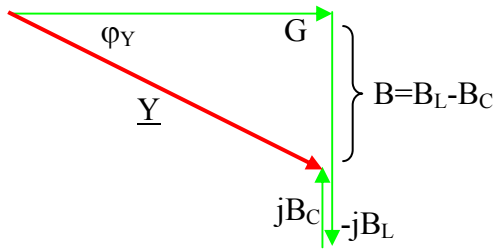
$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R - j\underline{I}_L + j\underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R - j(\underline{I}_L - \underline{I}_C)$$

$$\underline{I} = \underline{U}G - j\underline{U}B_L + j\underline{U}B_C = \underline{U}(G - j(B_L - B_C)) = \underline{U}(G - jB) = \underline{U}\underline{Y}, \underline{Y} = G - jB$$

Троугао адмитансе



$$\varphi_y = \arctg\left(\frac{B}{G}\right)$$

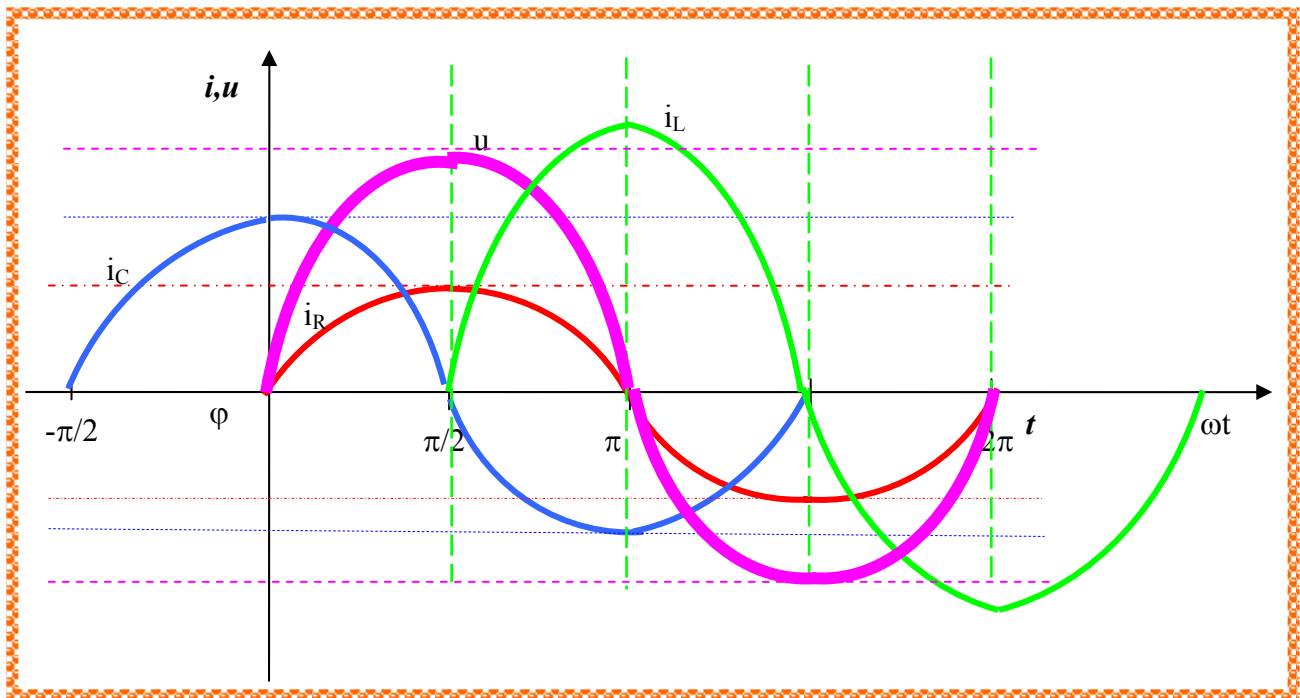
$$\varphi = -\varphi_y$$

Ефективне вредности

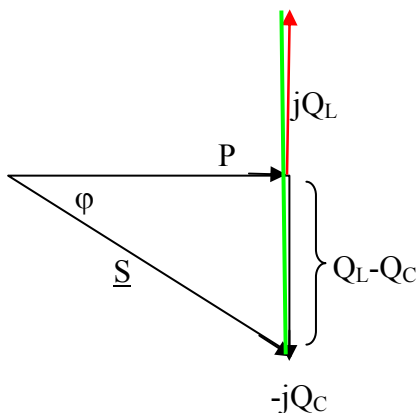
$$I = \sqrt{I_R^2 - (I_L - I_C)^2}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Линијски дијаграм напона и струја



- снаге у паралелном **RLC** колу



$$\underline{S} = P + jQ_L - jQ_C = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S e^{j\varphi}$$

$$P = UI_R = UUG = U^2G = \frac{U^2}{R} = S \cos \varphi, [W]$$

$$Q_C = UI_L = UUB_L = U^2B_L = \frac{U^2}{X_L}, [VAr]$$

$$Q_C = UI_c = UUB_C = U^2B_C = \frac{U^2}{X_C}, [VAr]$$

$$Q = Q_L - Q_C = S \sin \varphi$$

(час бр.46)

Вежбање задатака (паралелна веза RLC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.5.8, 3.5.7, 3.7.3

За домаћи: 3.7.2, 3.7.4

за вежбање области: 3.5, 3.7

(час бр.47)

Вежбање задатака (паралелна веза RLC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.7.4, 3.7.6

Вежш:4.1.9.5 (стр 132)

За домаћи: 3.5.5, 3.5.6

за вежбање области: 3.5, 3.7

(час бр.48)

Вежбање задатака (паралелна веза RLC)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

3.7.8, 3.4.10, 3.5.4

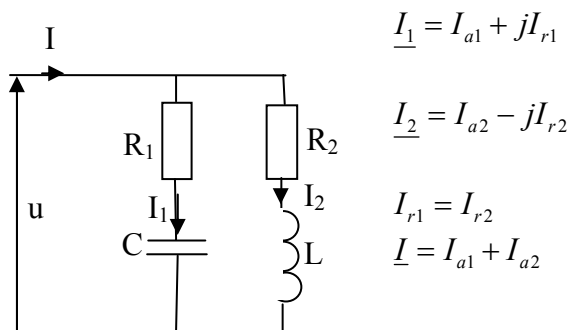
Ветш:4.1.9.4 (стр 130)

За домаћи: 3.5.1, 3.5.2

за вежбање области: 3.5, 3.7

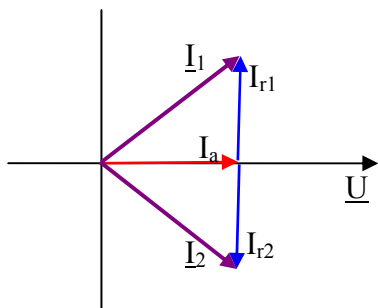
(час бр.49)

17. Паралелна (струјна) резонанција



Струјна резонанција наступа у колима где постоји паралелна веза калема и кондензатора. Услов да наступи резонанција је да је реактивни део струје који протиче кроз калем једнак реактивном делу струје кроз кондензатор по апсолутној вредности.

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{L - CR_1^2}{L - CR_2^2}}, \quad R_1 \neq R_2 \neq 0$$

а) $R_1 = R_2 \neq 0$ 

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ једно решење}$$

$$\text{б) } R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

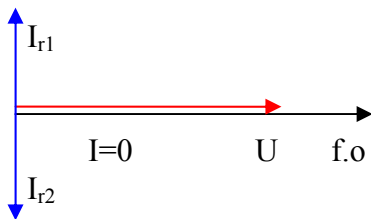
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{\sqrt{L-C\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\right)^2}}{\sqrt{L-C\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{0}{0}}, \text{ неодређено, резонанција наступа за свако } \omega_r$$

$$\text{ц) } R_1 = R_2 = 0$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{L-CR_1^2}{L-CR_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ потпуна резонанција}$$

$$\underline{Z} = \frac{\frac{-j}{\omega C} \cdot j\omega L}{\frac{-j}{\omega C} + j\omega L} = \frac{\frac{-j}{\omega C} \cdot j\omega L}{0} = \infty$$

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U}{\infty} = 0$$



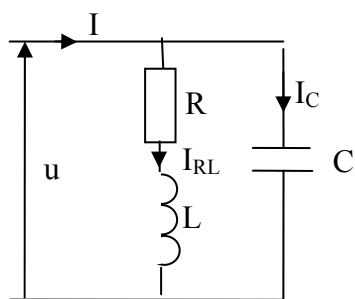
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ: 3.6.3

За домаћи: 3.7.1
за вежбање области: 3.5, 3.6

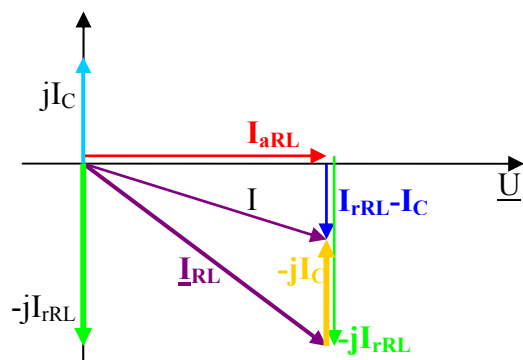
(час бр.50)**Вежбање задатака (струјна резонанција)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:****3.6.4, 3.6.5, 3.5.4****За домаћи: 3.6.1****за вежбање области: 3.6****(час бр.51)****Вежбање задатака (струјна резонанција)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:****3.5.2****Менарт: 5.4, 5.18, 5.19 (страна 5.14)****За домаћи: 4.1.24****за вежбање области: 3.6****(час бр.52)****Поправак фактора снаге (cos φ)**

$$\cos \phi = \frac{P}{S}$$

Фактор снаге генератора (електране) зависи од карактера прикључених потрошача. Због тога се прописима предвиђа да потрошачи (фабрике) морају да одржавају фактор снаге изнад прописане вредности. Потрошачи као што су мотори представљају RL везу и индуктивног су карактера. Електрична енергија се не може претворити ни у један дружи вид енергије (механичка, топлотна, хемијска, светлосна....) уколико струја у колу не садржи активну компоненту.



- делимични поправка фактора снаге

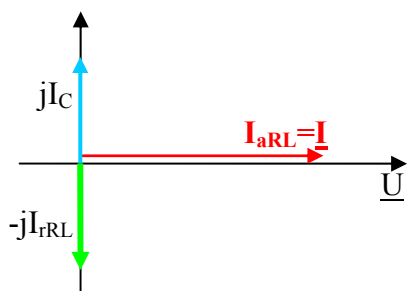


$$\underline{I}_{RL} = I_{aRL} - jI_{rRL}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_{RL} + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = I_{aRL} - j(I_{rRL} - I_C)$$

- потпуни поправка фактора снаге



$$I_C = I_{rRL}$$

$$I = I_{aRL}$$

$$\cos \varphi = 1$$

$$I_{RL} = \frac{U}{Z_{RL}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \omega CU$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{RL} = \frac{X_L}{R} = \frac{I_{rRL}}{I_{aRL}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{rRL} - I_C}{I_{aRL}} = \frac{I_{rRL}}{I_{aRL}} - \frac{I_C}{I_{aRL}} = \operatorname{tg} \varphi_{RL} - \frac{I_C}{I_{aRL}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_{RL} - \frac{I_C}{I_{aRL}}$$

$$\frac{I_C}{I_{aRL}} = \operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi$$

$$I_C = I_{aRL} (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\omega C U = I_{aRL} (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi)$$

$$C = \frac{I_{aRL} (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi)}{\omega U} \cdot \frac{U}{U}$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2} \cdot (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi)$$

$\cos \varphi_{RL} = 0.6 \Rightarrow \arccos \Rightarrow \varphi_{RL} \Rightarrow \operatorname{tg} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi_{RL}$

$\cos \varphi = 0.9 \Rightarrow \arccos \Rightarrow \varphi \Rightarrow \operatorname{tg} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi$

Ако је $I_{RL} > I_C$ струја касни за напоном, коло је индуктивно. Ако је $I_C > I_{RL}$ струја предњачи напону. Ако је $I_C = I_{RL}$ струја је у фази са напоном а резултанта је једнака активној компоненти снаге мотора.

(час бр.53)

Вежбање задатака (поправка фактора снаге)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

1. Асинхрони мотор има следеће податке:

$$U=220 \text{ V}$$

$$f=50 \text{ Hz}$$

$$\cos \varphi_{RL} = 0,6$$

$$P=20 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi = 0,9 \text{ (делимична компензација)}$$

решење:

$$\varphi_{RL} = \arccos 0,6 = 53^\circ$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{RL} = 1,3$$

$$\varphi = \arccos 0,9 = 25^\circ$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 0,4$$

$$C = ?$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2} \cdot (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi) = 1120 \text{ nF}$$

За потпуну компензацију би било: $\cos \varphi = 1$, $\varphi = 0$, $\operatorname{tg} 0 = 0$

$$C' = \frac{P}{\omega U^2} \cdot (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi) = 1710 \text{ nF}$$

2. На мрежу од 100 V прикључен је RL пријемник $\underline{Z}=5+j10$. Одредити X_C који се прикључи паралелно за потпуну компензацију.

решење:

$$\cos \varphi=1$$

$$S=P$$

$$Q=Q_L=Q_C=0$$

$$Q_L=Q_C \Rightarrow B_L U^2=B_C U^2 \Rightarrow B_L=B_C$$

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2} = 0,08 \text{ S}$$

$$X_C = \frac{1}{B_L} = 12,5 \Omega$$

Менарт: 4.28 а)

За домаћи: 4.1.32, 4.1.33

за вежбање области: 4.1

(час бр.54)

Вежбање задатака (поправка фактора снаге)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

1. Дато је редно коло. Наћи еквивалентне параметре. $R=2\Omega$, $X_C=4\Omega$

решење:

$$G = \frac{R}{Z^2} = 0,1 \text{ S}$$

$$B_C = \frac{X_C}{Z^2} = 0,5 \text{ S}$$

$$R_p = \frac{1}{G} = 10 \Omega$$

$$X_{Cp} = \frac{1}{B_C} = 2 \Omega$$

2. Дате су две адмитансе везане на напон $\underline{U}=100 \text{ V}$. Колике су снаге P, Q, S.
 $\underline{Y}_1 = (10 - j30) \cdot 10^{-2}$ $\underline{Y}_2 = (30 - j10) \cdot 10^{-2}$

решење:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = G + jB_L = 0,4 - j0,2$$

$$P = GU^2 = 4000W$$

$$Q = B_L U^2 = 2000VAR$$

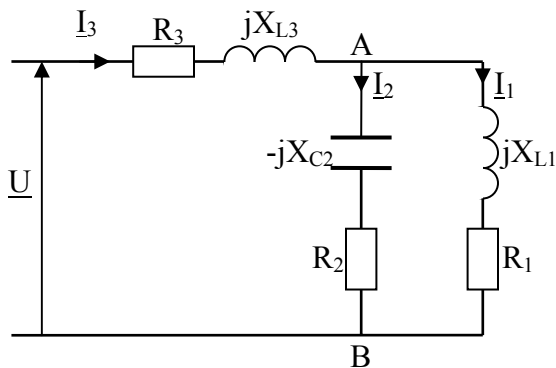
$$S = YU^2 = 4400VA$$

Менарт: 4.29, 4.30

За домаћи: 3.4.1, 3.3.3
за вежбање области: 4.1

(час бр.57)

Мешовита веза

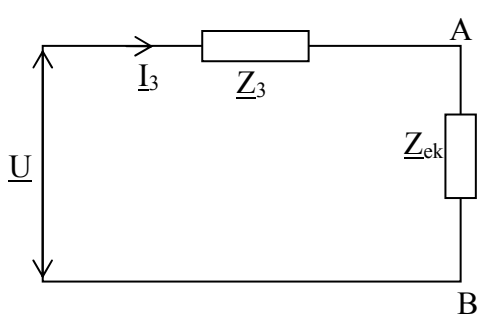


$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = Z_1 e^{j\varphi_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = Z_2 e^{j\varphi_2}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3} = Z_3 e^{j\varphi_3}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_3 + \underline{U}_{AB}$$



$$\underline{Z}_{ek} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = R_{ek} + jX_{ek}$$

$$\underline{Z}_{uk} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_{ek} = R_{uk} + jX_{uk}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{uk}} = I_3 e^{j\psi_3}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{I}_3 \underline{Z}_{ek} = \underline{U}_{AB} \cdot e^{j\Theta_{AB}}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_1} = I_1 e^{j\psi_1}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_2} = I_2 e^{j\psi_2}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_3 \underline{Z}_3 = \underline{U}_3 \cdot e^{j\Theta_3} = \underline{U} - \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}_3^* = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{AB} \underline{I}_1^* = P_1 + jQ_{L1} = R_1 I_1^2 + jX_{L1} I_1^2$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{AB} \underline{I}_2^* = P_2 - jQ_C = R_2 I_2^2 - jX_C I_2^2$$

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_3 \underline{I}_3^* = P_3 + jQ_{L3} = R_3 I_3^2 + jX_{L3} I_3^2$$

(час бр.58)

Вежбање задатака (мешовита веза)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.1.15, 4.1.16

Менарт: 5.8, 5.12, 5.13

За домаћи: 4.1.6, 4.1.7, 4.1.8

за вежбање области: 4.1

(час бр.59)

Вежбање задатака (мешовита веза)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.1.29

Менарт: 5.14, 5.24

За домаћи: 4.1.10, 4.1.11

за вежбање области: 4.1

(час бр.60)

Вежбање задатака (мешовита веза)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.1.26, 4.1.12

Менарт: 5.26

За домаћи: 4.1.13, 4.1.17, 4.1.22

за вежбање области: 4.1

(час бр.61)

Вежбање задатака (мешовита веза)

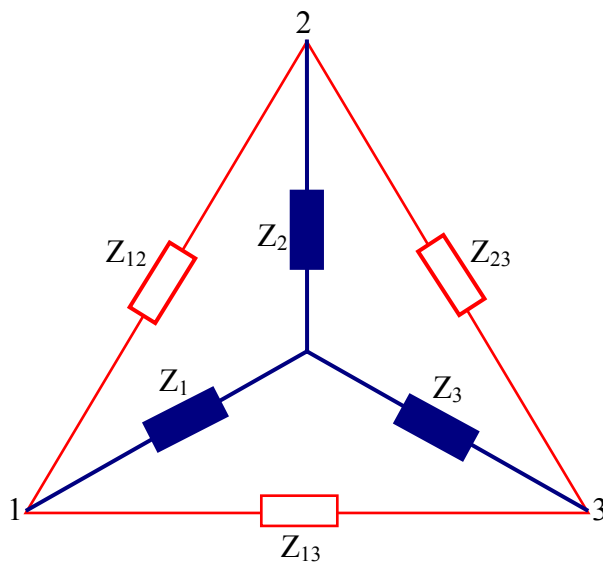
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.1.29, 4.1.35, 4.1.37

За домаћи: 4.1.24, 4.1.39, 4.1.44
за вежбање области: 4.1

(час бр.62)

Трансформација троугла у звезду и обрнуто



Троугао у звезду

$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

$$Z_2 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

$$Z_3 = \frac{Z_{13} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

Звезда у троугао

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}$$

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}$$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 6.30

За домаћи: 4.1.41, 4.2.1
за вежбање области: 4.2

(час бр.63)

Вежбање задатака (трансформација троугао - звезда)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 6.27, 6.28, 6.29

За домаћи: 4.2.2, 4.1.42
за вежбање области: 4.2

(час бр.64)

Вежбање задатака (трансформација троугао - звезда)

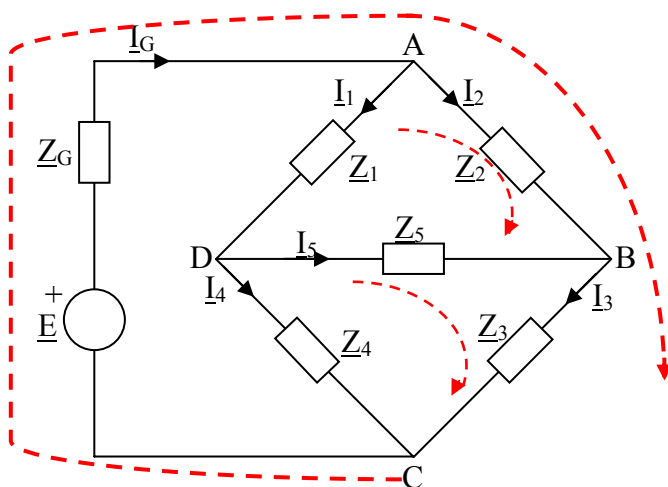
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.1.51, 4.1.52, 4.1.46

За домаћи: 4.2.3, 4.1.45
за вежбање области: 4.2

(час бр.67)

Решавање сложених кола методом првог и другог Кирхофовог закона



$N_c=4$
 $N_g=6$
I KZ: $N_c-1=3$
II KZ: $N_g-(N_c-1)=3$

Чворови:
A: $I_6 = I_1 + I_2$
B: $I_3 = I_2 + I_5$
C: $I_6 = I_3 + I_4$

Контуре:
ABDA: $I_2 Z_2 - I_5 Z_5 - I_1 Z_1 = 0$
BCDB: $I_3 Z_3 - I_4 Z_4 + I_5 Z_5 = 0$
ABCA: $I_2 Z_2 + I_3 Z_3 + I_6 Z_6 = E$

За дату шему произвољно задати вредности импеданси, и решити коло.

За домаћи: 4.3.1
за вежбање области: 4.3

(час бр.68)

Вежбање задатака (решавање кола методом Кирхофових закона)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.3.2, 4.5.1

За домаћи: 4.3.4, 4.3.5
за вежбање области: 4.3

(час бр.69)

Вежбање задатака (решавање кола методом Кирхофових закона)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.3.3
Менарт 6.22

За домаћи: 4.3.6, 4.4.2
за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.70)

Вежбање задатака (решавање кола методом Кирхофових закона)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.3.7, 4.4.4,
ВЕТШ, стр 163: 4.2.2.3.2.1

За домаћи: 4.4.5, 4.5.2
за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.71)

Вежбање задатака (решавање кола методом Кирхофових закона)

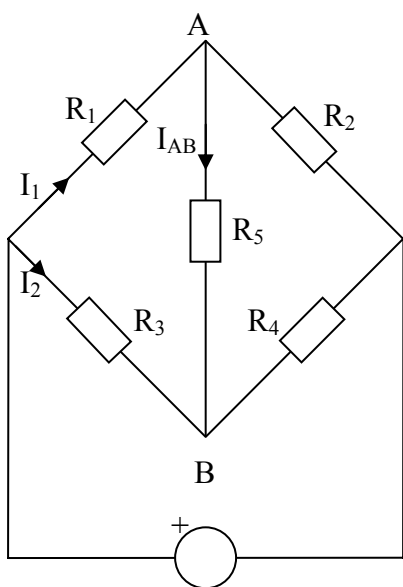
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**Менарт: 6.12, 6.5****За домаћи: 4.4.6, 4.5.3****за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6**

(час бр.72)

Решавање сложених кола применом Тевененове теореме

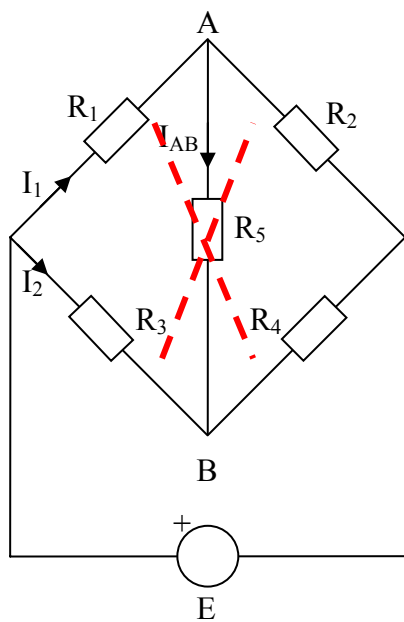
Електрично коло се према новоприкљученој грани понаша као реални напонски генератор. Електромоторна сила овог генератора једнака је напону између тачака прикључења гране пре њеног прикључивања. Унутрашња отпорност Тевененовог генератора једнака је еквивалентној отпорности кола између тачака прикључења, пре прикључења гране, при чему је одстрањено дејство свих генератора у колу.

4.4.1 Наћи струју гране АБ

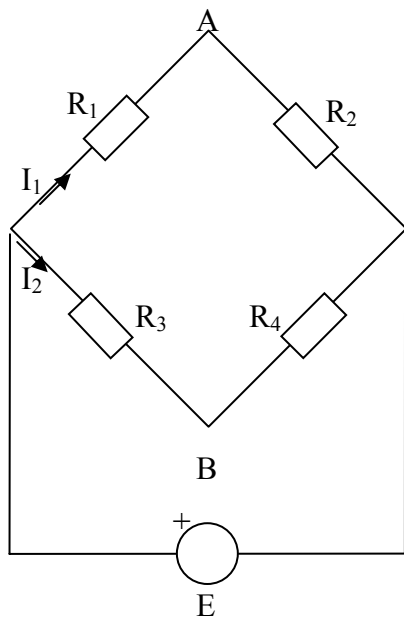


ПОСТУПАК

1. Искључивање гране чија се струја тражи,



2. Коло за одређивање електромоторне силе Тевененовог генератора



$$U_{AB} = -R_1 I_1 + R_3 I_2$$

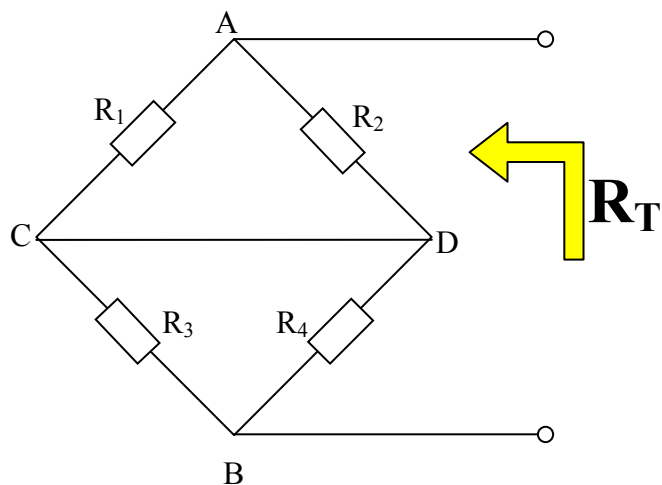
$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = 6A$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = 10A$$

$$U_{AB} = E_T = 16V$$

3. Коло за одређивање отпорности Тевененовог генератора

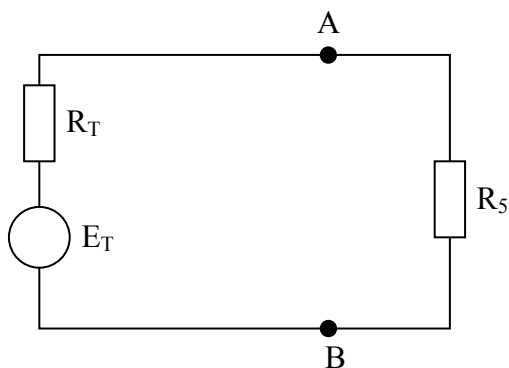
R_T се одређује тако што се све електромоторне силе кратко споје, струјни генератори избаце, и одреди отпор између тачака А и Б. Уколико постоје унутрашње отпорности напонских и струјних генератора оне остају у колу.



$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$R_T = 3,7\Omega$$

4. После прикључења гране посматра се просто коло формирано од Тевененовог генератора и прикључене гране



$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_5 + R_T}$$

За домаћи: 4.5.2

за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.73)

Вежбање задатака (решавање кола применом Тевененове теореме)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.4.2, 4.4.5

За домаћи: 4.3.2, 4.3.3

за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.74)

Вежбање задатака (решавање кола применом Тевененове теореме)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.4.4

Менарт: 6.12

За домаћи: 4.3.4, 4.3.5

за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.75)

Вежбање задатака (решавање кола применом Тевененове теореме)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.4.6

ВЕТШ, стр. 166: 4.2.2.4.1

За домаћи: 4.5.1, 4.5.3

за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.76)

Вежбање задатака (решавање кола применом Тевененове теореме)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.5.2

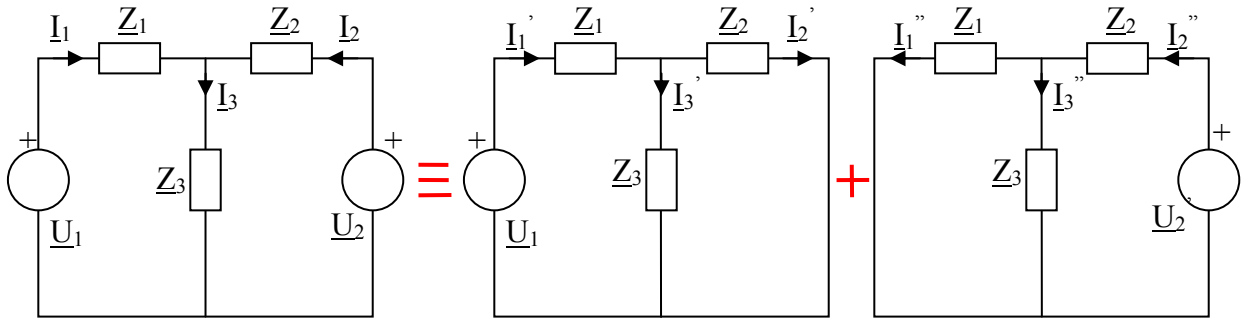
ВЕТШ, стр. 169: 4.2.2.4.1.1.1

За домаћи: 4.3.6, 4.3.7

за вежбање области: 4.3,4.4, 4.5, 4.6

(час бр.77)

Метода суперпозиције



$$I_1 = I_1' - I_1''$$

$$I_2 = I_2'' - I_2'$$

$$I_3 = I_3' + I_3''$$

$$I_1' = \frac{U_1}{Z_{uk}} = \frac{U_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} = \frac{U_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$\left. \begin{aligned} I_3' Z_3 = I_2' Z_2 \Rightarrow I_3' = \frac{Z_2}{Z_3} I_2' \\ I_3' = I_1' - I_2' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{Z_2}{Z_3} I_2' &= I_1' - I_2' \\ I_2' \left(\frac{Z_2}{Z_3} + 1 \right) &= I_1' \end{aligned}$$

$$I_2' = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1' = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \frac{U_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} = \frac{U_1 \cdot (Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$I_3' = I_1' - I_2', \text{ на основу познатих вредности}$$

$$I_2'' = \frac{U_2}{Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}} = \frac{U_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$\left. \begin{aligned} I_3'' Z_3 = I_1'' Z_1 \Rightarrow I_3'' = \frac{Z_1}{Z_3} I_1'' \\ I_3'' = I_2'' - I_1'' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{Z_1}{Z_3} I_1'' &= I_2'' - I_1'' \\ I_1'' \left(\frac{Z_1}{Z_3} + 1 \right) &= I_2'' \end{aligned}$$

$$I_1'' = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} I_2'' = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \frac{U_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} = \frac{U_2 \cdot (Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$I_3'' = I_2'' - I_1''$, на основу познатих вредности

За домаћи: 4.3.2

(час бр.78)

Вежбање задатака (решавање кола применом методе суперпозиције)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.5.3

За домаћи: 4.3.4

за вежбање области: 4.3, 4.4, 4.5, 4.6

(час бр.79)

Вежбање задатака (решавање кола применом методе суперпозиције)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.5.2

за вежбање области: 4.3, 4.4, 4.5, 4.6

(час бр.80)

Вежбање задатака (решавање кола применом методе суперпозиције)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.3.3

За домаћи: 4.4.6

за вежбање области: 4.3, 4.4, 4.5, 4.6

(час бр.81)

Вежбање задатака (решавање кола применом методе суперпозиције)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

4.5.5, 4.3.4, 4.4.2, 4.3.2, 4.4.4, 4.4.6

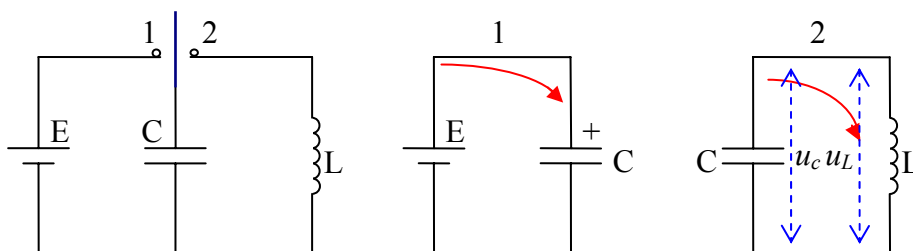
За домаћи: 4.5.1

за вежбање области: 4.3, 4.4, 4.5, 4.6

(час бр.84)

Осцилаторна кола. Томпсонов образац

Идеално осцилаторно коло
 $R \approx 0$



$$E = E_{\max}$$

$$W_{C \max} = \frac{CE_{\max}^2}{2}$$

$$W_{L \max} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

Извођење Томпсоновог образаца:

$$W_{Cm} = W_{Lm}$$

$$C \frac{E_m^2}{2} = L \frac{I_m^2}{2}$$

$$C(I_m X_C)^2 = LI_m^2$$

$$\frac{CI_m^2}{\omega_0^2 C^2} = LI_m^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - сопствена кружна учестаност осцилаторног кола}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ - сопствена фреквенција}$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

Ако је:

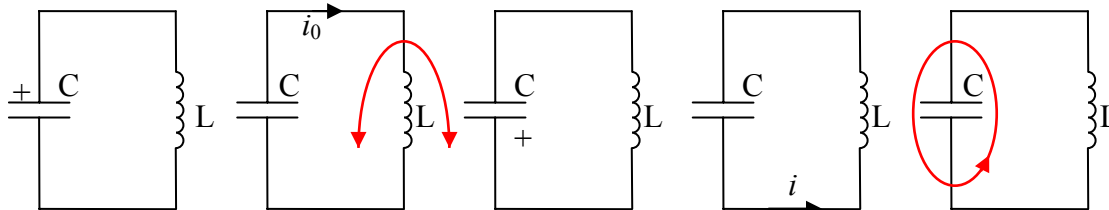
$$i_0 = I_m \sin \omega_0 t, \text{ тада је } X_L = X_C, u_L = -u_C, Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ - карактеристична импеданса}$$

Осцилаторно коло је линеарно осцилаторно коло састављено од калема и кондензатора. Код идеалног осцилаторног кола је занемарена термогена отпорност елемената, и индуктивност и капацитивност спојних водова. Постављање прекидача у положај „1“ кондензатор пуни до напона батерије E , а у њему се нагомилава електростатичка енергија W_{Cm} . Када се прекидач пребаци из положаја „1“ у положај „2“, кондензатор се празни преко калема где се енергија W_C претвара у енергију електромагнетног поља W_L . Слободне осцилације настају ако се колу доведе енергија, коло остави самом себи при чему се врши размена енергије између магнетног поља калема и електростатичког поља кондензатора.

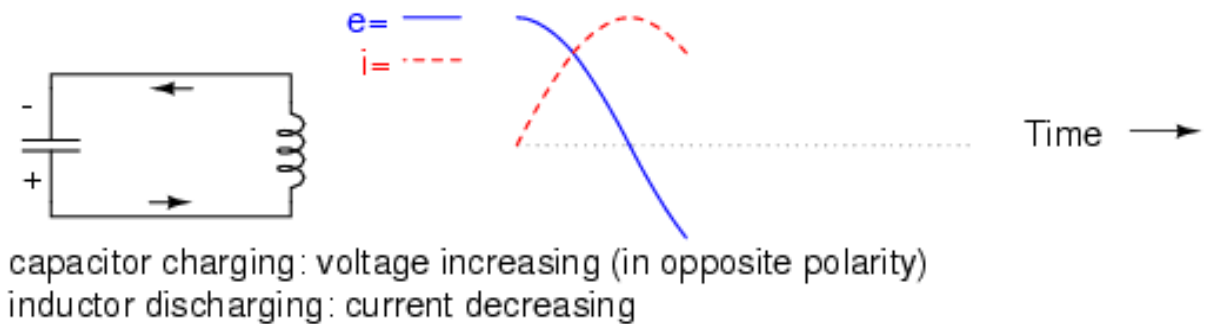
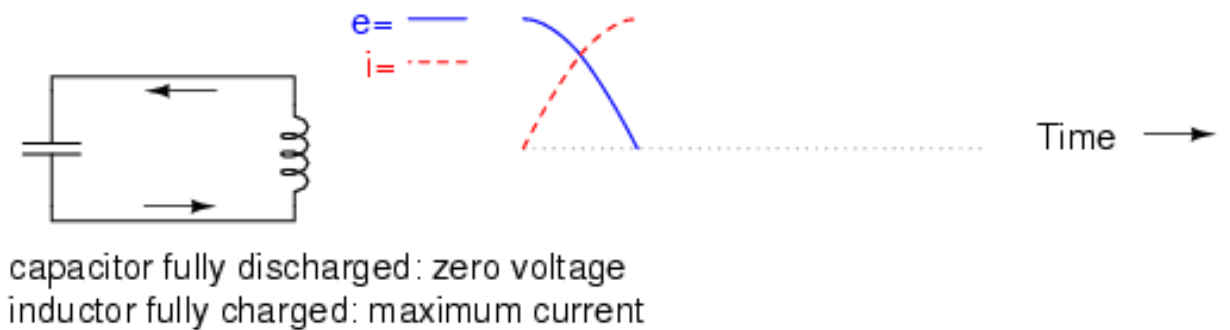
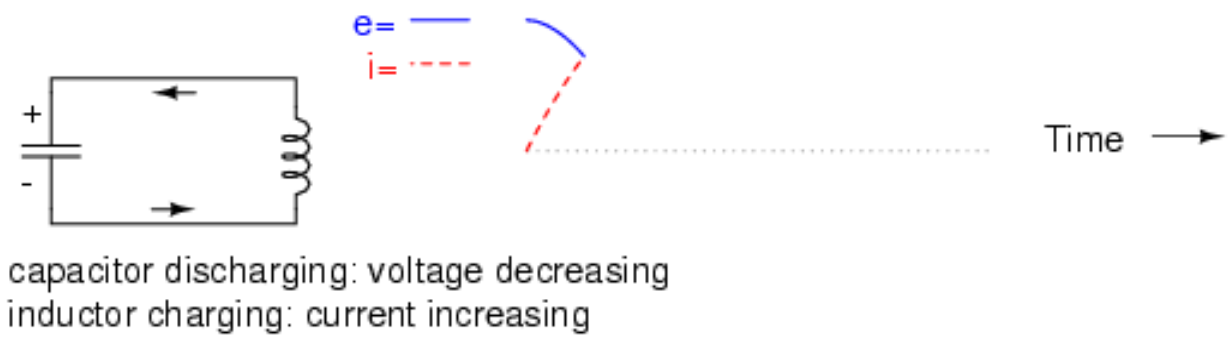
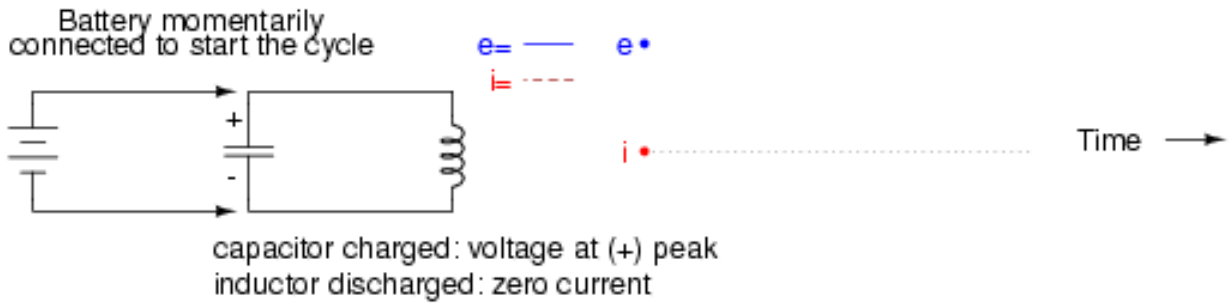
Приликом тих осцилација енергије у колу ће протећи наизменична простопериодична струја сопствене кружне учестаности ω_0 , а на калему и кондензатору се јављају падови напона који су у сваком тренутку исти али су супротног знака. У слободном режиму рада, када је коло остављено само себи, у једном случају је кондензатор извор а калем потрошач, а у другом обрнуто. У оба случаја је импеданса спољашњег дела кола Z_C , и назива се карактеристична импеданса. За један период сопствених осцилација изврши се 4 пута размена енергије у времену од четвртине периоде, и то 2 пута пуњење и 2 пута пражњење.

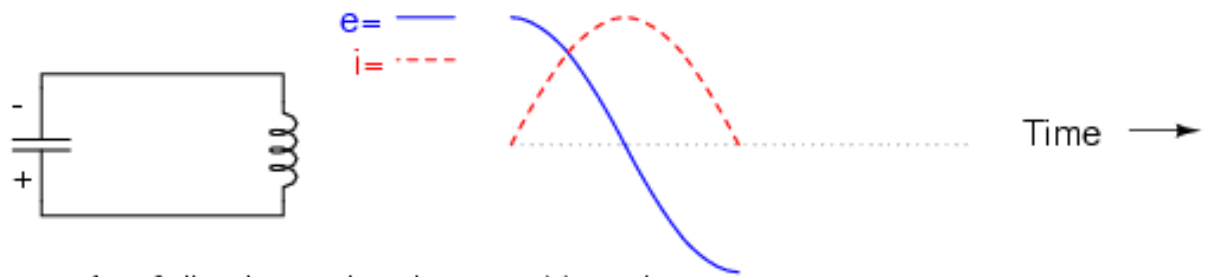
(час бр.85)

Слободне осцилације

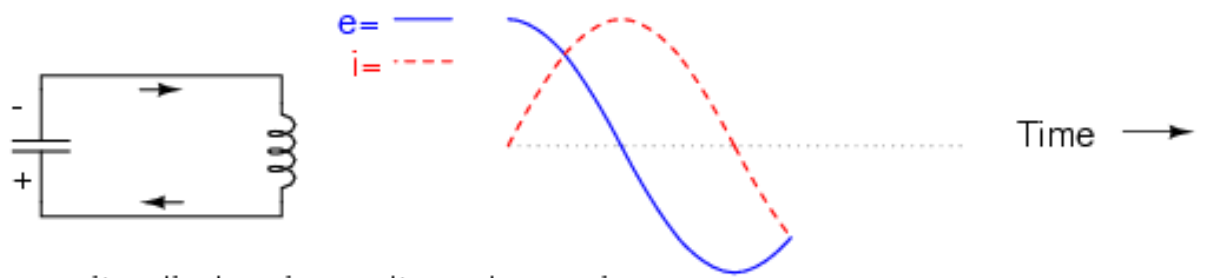


ENERGETSKI TOKOVI

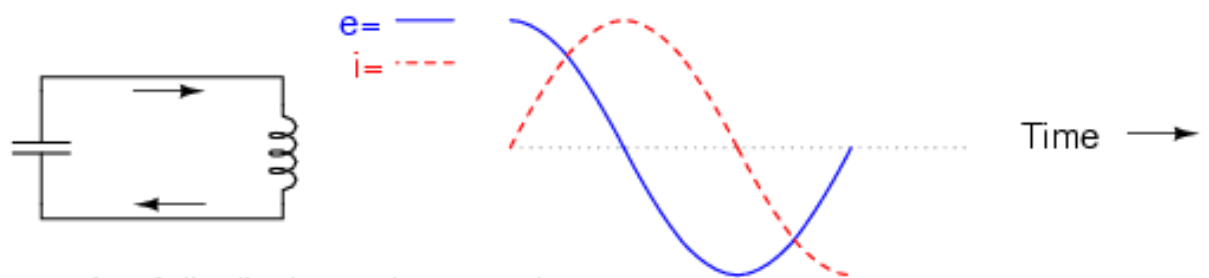




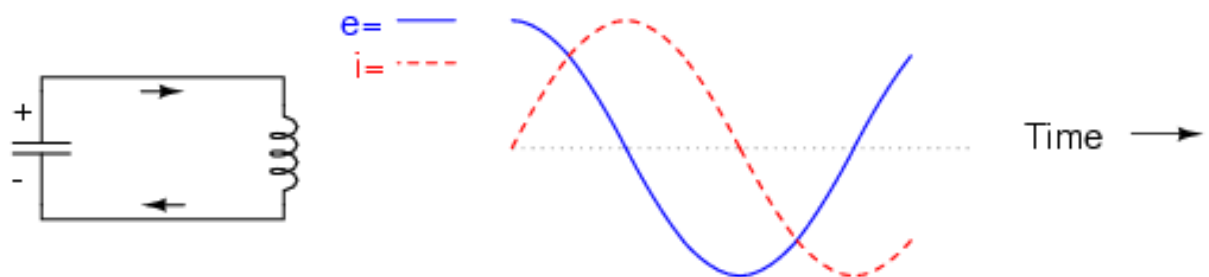
capacitor fully charged: voltage at (-) peak
 inductor fully discharged: zero current



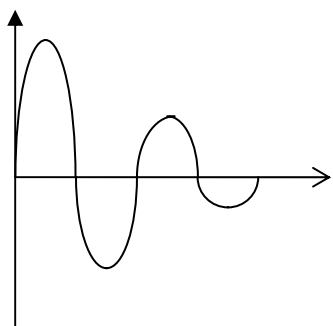
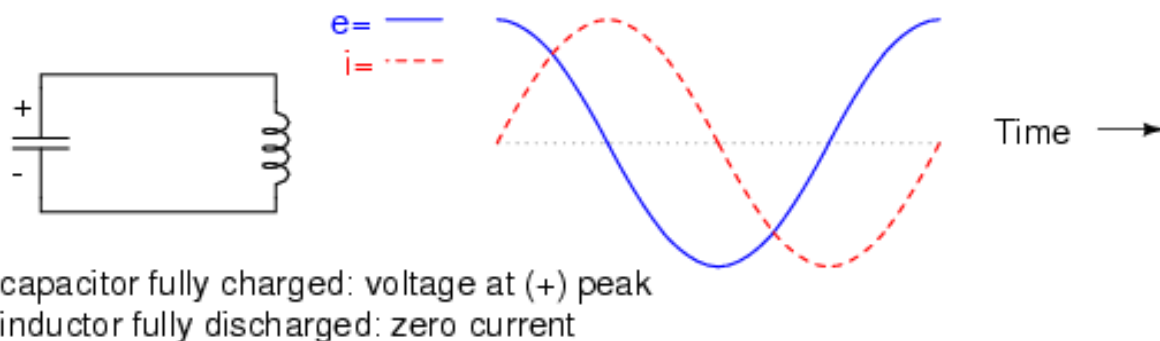
capacitor discharging: voltage decreasing
 inductor charging: current increasing



capacitor fully discharged: zero voltage
 inductor fully charged: current at (-) peak



capacitor charging: voltage increasing
 inductor discharging: current decreasing



Пригушене осцилације – у реалном осцилаторном колу се не занемарују губици услед активног отпора калема и кондензатора и спојних водова. Због тога се стално губи један део енергије услед загревања. Зато су осцилације струје и напона пригушене, тј. амплитуда им се стално смањуједок се потпуно не изгубе.

(час бр.86)

Вежбање задатака (осцилаторна кола)

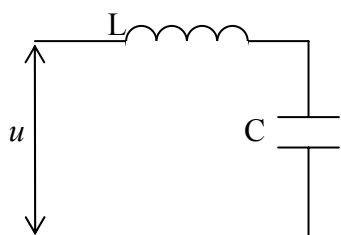
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 7.5, 7.8

За домаћи: 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3
за вежбање области: 5.1

(час бр.87)

Редно осцилаторно коло



$$R \approx 0$$

$$I = \frac{U}{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|} \rightarrow \infty$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, X_L = X_C$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ учестаност принудних осцилација}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ учестаност сопствених осцилација}$$

$$\omega = \omega_0$$

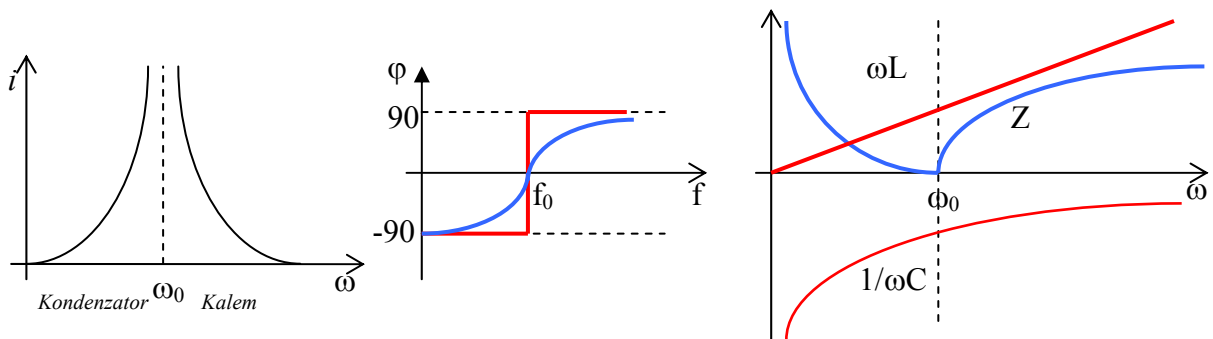
Принудне осцилације настају у осцилаторном колу под дејством спољашњих извора променљиве кружне учестаности ω (принудна учестаност). Највећа вредност струје у колу ће бити када је ω једнако ω_0 . У колу је тада наступила резонанција.

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\omega_L = \frac{1}{\omega_C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_C$$

Криве резонанције, идеално редно осцилаторно коло



У енергетским системима резонанција је узрок великих пораста струја и напона који су узрок великих кварова па се резонантна фреквенција избегава.

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

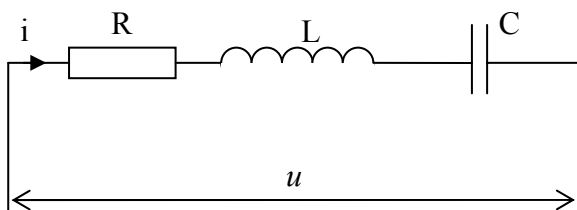
Менарт: 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.12

За домаћи: 5.2.2, 5.2.3

за вежбање области: 5.1, 5.2

(час бр.88)

Реално редно осцилаторно коло



$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

1. Права резонанција

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \text{ сопствена учестаност реалног редног осцилаторног кола}$$

ω - учестаност генератора

$$\omega = \omega_1$$

$$X \neq 0, Z \neq Z_{\min}, I \neq I_{\max}$$

2. Фазна резонанција

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = 0$$

$$\omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C}$$

$$X = 0, Z = Z_{\min} = R, I = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

Пренапони U_L, U_C :

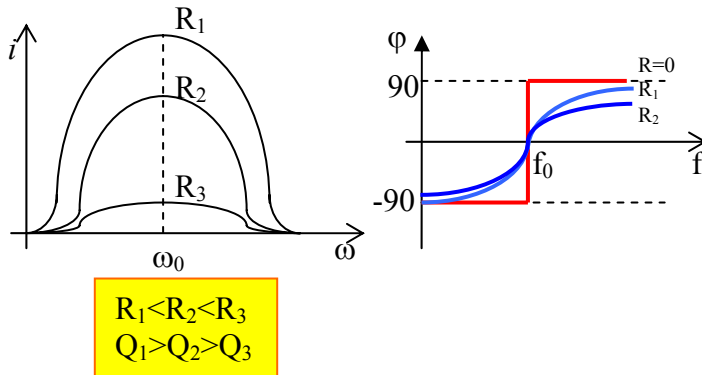
$$U_L = X_L I = U_C = X_C I = \frac{Z_C}{R} U = QU$$

$$X_L = X_C = Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

У случају фазне резонанције на реактивним елементима (калему и кондензатору) јављају се пренапони, који су много већи од напона напајања. У случају енергетских мрежа могу довести до пробоја изолације.

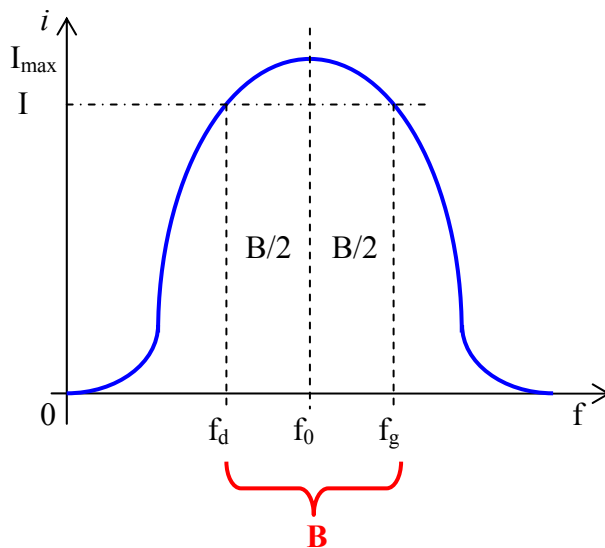
$$Q = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \text{ фактор добротe кола (20 - 300)}$$

Резонантне криве реалног редног осцилаторног кола



Што је фактор доброте већи, спорије опадају амплитуде напона и струје, спорије се пригушују осцилације, а време њиховог трајања је дуже.

Пропусни опсег



$$f_g = f_0 + \frac{B}{2}$$

$$f_d = f_0 - \frac{B}{2}$$

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0.707I_{\max}$$

$$B = f_g - f_d = \frac{f_0}{Q} [Hz]$$

Унутар пропусног опсега струја никада не пада испод ефективне вредности. За струје унутар пропусног опсега коло има мању импедансу него за струју ван опсега. Најмање су промене струје унутар пропусног опсега. Што је већи фактор доброте резонантна крива је стрмија а пропусни опсег ужи. То је искоришћено за израду осцилаторних кола у радиотехници, јер је у том опсегу струјни сигнал најјачи, а сви остали сигнали се ослабе да не ометају пријем.

За домаћи: 5.3.1, 5.3.2
за вежбање области: 5.3

(час бр.89)**Вежбање задатака (осцилаторна кола)**

1. $L=200\mu\text{H}$
 $f_g=1,2\text{MHz}$
 $f_d=1,1\text{MHz}$
 $C=?$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 7.6, 7.10, 7.11, 7.12, 7.13

За домаћи: 5.3.3, 5.3.4
за вежбање области: 5.3

(час бр.90)**Вежбање задатака (осцилаторна кола)**

1. $L=400\mu\text{H}$
 $C=400\text{pF}$
 $R=10\Omega$
 $B, X_{L0}, X_{C0}, U_L, U_C, U_{LR}, I_0 = ?$
2. RLC kolo
 $U=100\text{V}$
 $R=5\Omega$
 $X_L=X_C=20\Omega$
 $I, U_R, U_L, U_{LC} = ?$

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

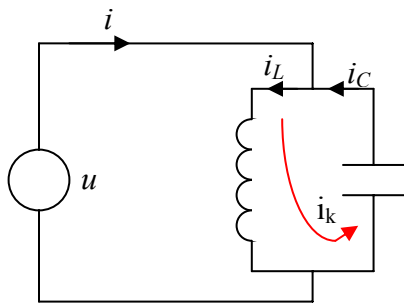
Менарт: 7.14, 7.15, 7.17, 7.27

За домаћи: 5.3.5, 5.3.6
за вежбање области: 5.3

(час бр.91)

Паралелно осцилаторно коло

Идеално коло без губитака



$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L} = B_L U$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U \omega C = B_C U$$

Струја у напојној грани минимална:

$$I = |I_L - I_C| = U \left| \frac{1}{\omega L} - \omega C \right| = U |B_L - B_C| = U Y$$

Контурна струја максимална: $I_k = I_L = I_C$

$$B_L = B_C, X_L = X_C \Rightarrow B = 0, Y = 0, I = 0$$

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

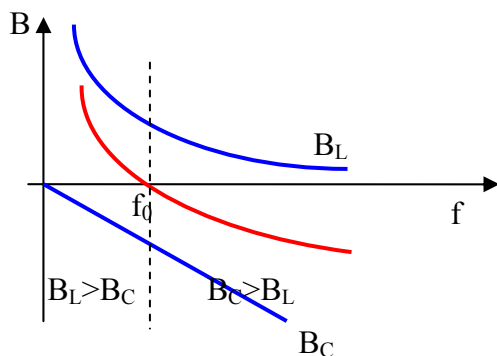
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Услов анти-резонанције:

$$\omega = \omega_0$$

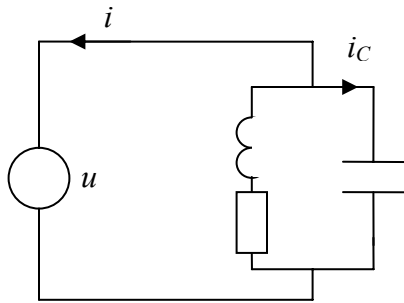


За фреквенцијенције мање од антирезонанције коло је претежно индуктивног карактера јер је $B_L > B_C$, а за фреквенције веће од антирезонанције коло је капацитивног карактера. Ако се учестаност генератора ω изједначи са сопственом учестаности паралелног осцилаторног кола онда је адмитанса једнака нули, што значи да је импеданса бесконачна, а струја у напојној грани нула. У колу је наступила антирезонанција. Тада се паралелно коло понаша

као прекидач струје, мада је контурна струја I_k често веома велика.

(час бр.92)

Реално паралелно осцилаторно коло



$$I = \frac{U}{Z} = YU$$

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

Права антирезонанција

$$\omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Уколико се учестаност принудних осцилација генератора ω изједначи са сопственом учестаношћу паралелног осцилаторног кола ω_1 , у колу ће наступити права антирезонанција при чему струја у спољашњем делу кола нема своју најмању вредност нити је импеданса највећа.

$$\text{Im}(Y) \neq 0, Y \neq Y_{\min}, Z \neq Z_{\max}, I \neq I_{\min}$$

Фазна антирезонанција

Напон и струја су у фази. $\text{Im}(Y) = 0, Y = Y_{\min}, Z = Z_{\max}, I = I_{\min}$

$$\omega_2 C - \frac{\omega_2 L}{R^2 + \omega_2^2 L^2} = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$\text{Ако је } R \approx 0, \Rightarrow \omega_2 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$R \ll \omega L$$

$$Z_e = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{L}{C} = \frac{L}{RC}$$

Како је:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \dots^2$$

$$Q^2 = \frac{1}{R^2} \frac{L}{C}$$

$$Q^2 R = \frac{L}{RC}$$

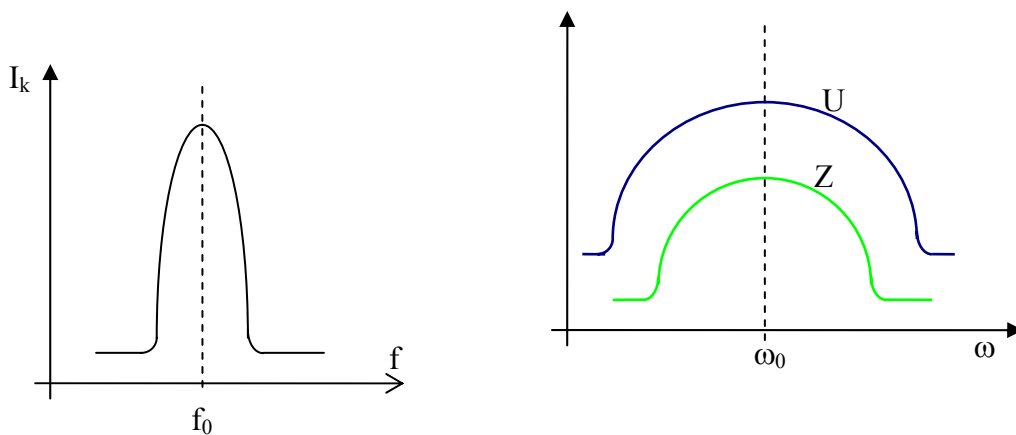
Онда је:

$$Z_e = \frac{L}{RC} = Q^2 R = R_D \rightarrow \text{dinamicki} \dots \text{otpor} \dots \text{kola}$$

$$I = \frac{U}{R_D} = \frac{U}{Z}$$

$$Q = \frac{UI_K}{UI} = \frac{I_K}{I} \text{ струјна резонанција}$$

$$I_K = I_L = I_C = QI$$



**За домаћи: 5.2.1, 5.4.2,
за вежбање области: 5.4**

(час бр.93)

Вежбање задатака (осцилаторна кола)

- Дато је реално паралелно осцилаторно коло прикључено на напон од 100V. Подаци су:
 $L=400\mu\text{H}$
 $C=400\text{pF}$
 $R=10\Omega$
 $X_L, X_C, R_D = ?$

(решења су: $f_0=400\text{kHz}$, $\omega_0=2,5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$, $X_L=1000\Omega=X_C$, $I_C=0,1\text{A}=I_L$, $R_D=100\text{k}\Omega$, $I=1\text{mA}$, $Q=100$)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 7.40

За домаћи:

1. $L=20\text{mH}$
 $C=200\text{pF}$
 $Q=75$
 $f_d, f_g=?$

(час бр.94)

Вежбање задатака (осцилаторна кола)

1. Редна веза $R_1=4\Omega$ и $L_1=10\text{mH}$ је везана паралелно са редном везом $R_2=6\Omega$ $C_2=400\text{pF}$, и прикључена на максимални напон од $200\sqrt{2}\text{V}$. Наћи I, I_k, Q

(решења су: $I = \frac{U}{R_D}, R_D = \frac{L}{RC}, R = R_1 + R_2 = 10\Omega, R_D = 2,5\text{M}\Omega, I = 30\mu\text{A}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}, X_{L0} = \omega_0 L = 5000\Omega, I_k = I_C = I_L = \frac{U}{X_{L0}} = 0,04\text{A}, Q = \frac{I_k}{I} = 500$)

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:

Менарт: 7.41, 7.45

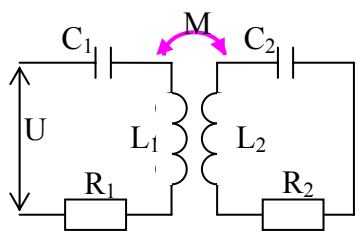
За домаћи: 5.4.3

за вежбање области: 5.4

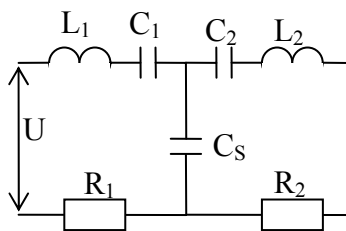
(час бр.95)

Спрегнута осцилаторна кола

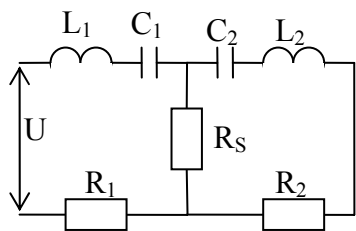
Два кола су спрегнута ако је између њих могућа измена енергије. Ако једно коло поседује енергију у другом ће се јавити електромоторна сила, односно струја, ако је коло затворено. Коло које поседује енергију тј. коло у коме се налази генератор назива се примарно коло, а оно у којој се електрична енергија преноси назива се секундарно коло.



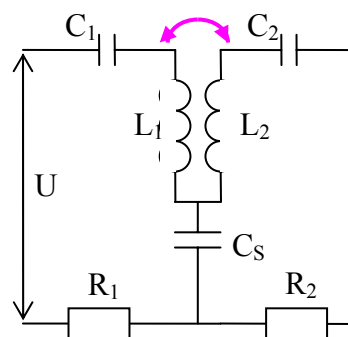
a) индуктивна спрега



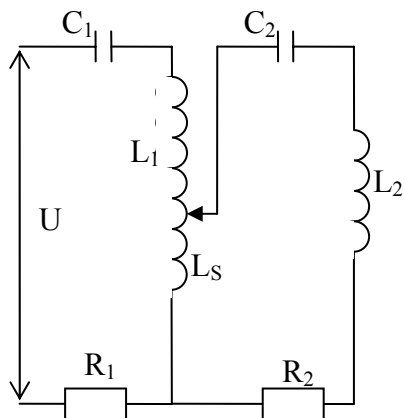
b) kapacitivna спрега



c) konduktivna спрега



d) mešovita спрега L-C



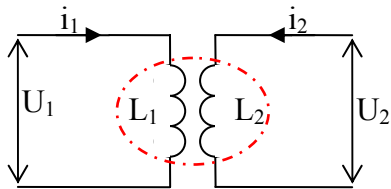
e) autotransformatorska спрега

Најчешће се користи индуктивна спрега.

За домаћи: 5.5.2, 5.5.3
за вежбање области: 5.5

(час бр.96)

Индуктивно спрегнута осцилаторна кола



$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

$$e_{12} = -\frac{\Delta\Phi_{12}}{\Delta t}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$$

Φ_1, Φ_2 – сопствени флуксеви примара и секундара

Φ_{11}, Φ_{22} – расипни флуксеви примара и секундара

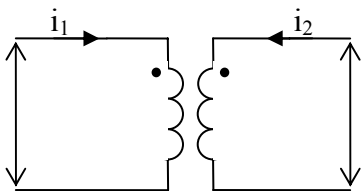
Φ_{12}, Φ_{21} – међусобни флуксеви примара и секундара

Међусобни флукс Φ_{12} потиче од струје примарног кола а обухвата и секундарно коло. Приликом промене овог флукса долази до индуковања електромоторне силе e_{12} у секундару. Ако је секундарно коло затворено њиме ће тећи струја i_2 чији је сопствени флукс Φ_2 .

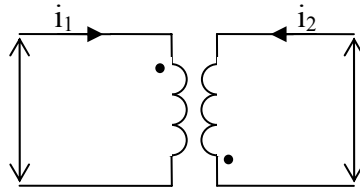
$$M = L_{12} [H] - \text{međui nduktivnost}$$

$$\underline{Z}_{12} = jX_{L12} = \pm j\omega L_{12} = \pm j\omega M$$

Да се не би грешило у знаку комплексне међуимпедансе, примењује се договор о тачкама. Уобичајено је да се тачке поставе на један крај сваког намотаја. Међусобна импеданса је позитивна ако струје оба намотаја теку директно у тачке или обе не теку директно у тачку. У супротном је међусобна импеданса негативна.



$$\underline{Z}_{12} = +j\omega M$$



$$\underline{Z}_{12} = -j\omega M$$

Коефицијент спреге – од међусобног растојања спрегнутих кола зависи који ће део узајамног флукса једног кола обухватити друго коло. Спрега је чвршћа ако се кола приближе и међусобни флуксеви повећају. Значи, јачина спреге зависи од међусобних и укупних сопствених флуксева.

$$k_1 = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1}, \text{ коефицијент примара}$$

$$k_2 = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2}, \text{ коефицијент секундара}$$

$$\text{Како је } \Phi_{12} = \Phi_{21}$$

$$k = \sqrt{k_1 k_2} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_1 \Phi_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \Rightarrow M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

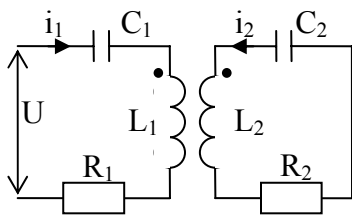
$$Z_{12} = k \sqrt{X_{L_1} X_{L_2}}$$

За домаћи: 5.5.4

за вежбање области: 5.5

(час бр.97)

Опште једначине спрегнутих кола



$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \underline{I}_2 \quad / -\underline{Z}_2$$

$$0 = \underline{Z}_{12} \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 \quad / \underline{Z}_{12}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)$$

$$\underline{Z}_{12} = j(\omega L_{12})$$

После множења прве две задатим чиниоцима и сабирањем такве две једначине добија се следећи израз:

$$-\underline{Z}_2 \underline{U}_1 = \underline{I}_1 (-\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{12}^2), \text{ одакле је}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{-\underline{Z}_2 \underline{U}_1}{-\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{12}^2}, \text{ а затим убацивањем у другу једначину добија се:}$$

$$\underline{I}_2 = -\frac{-\underline{Z}_2 \underline{U}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_{12}^2}$$

Улазна импеданса је:

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_1 - \frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}, \text{ где је}$$

$\frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}$ прсликана импеданса са секундара на примар

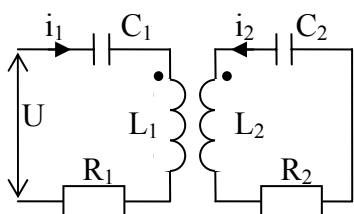
Секундарно коло се може свести на импедансу $\frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}$ редно везану у примарном колу, и овај

члан показује колико је повратно дејство секундара на примар. Улазна импеданса оптерећује побудни генератор.

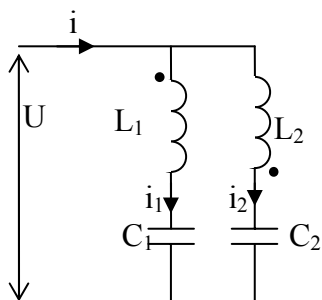
ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**Менарт: 7.48****За домаћи: завршити пример са часа
за вежбање области: 5.5****(час бр.98)****Вежбање задатака (спрегнута кола)**

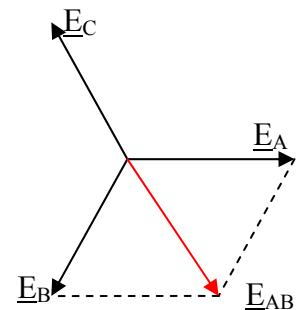
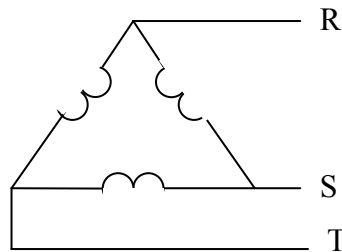
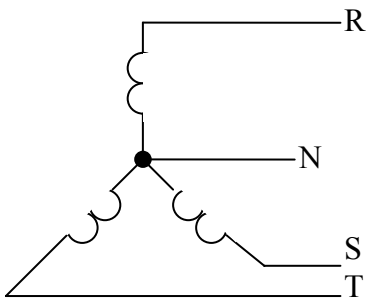
1. Дати су подаци за коло са слике: $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $X_{L1}=10\Omega$, $X_{L2}=12\Omega$, $U=100V$, $X_{C1}=16\Omega$, $X_{C2}=20\Omega$, $k=0,5$.

Наћи:

 $\underline{Z}_{ul}, \underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{S}$ **ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:****Менарт: 7.49****За домаћи: 5.5.1
за вежбање области: 5.5****(час бр.99)****Вежбање задатака (спрегнута кола)**

1. Дати су подаци за коло са слике: $X_{L1}=5\Omega$, $X_{L2}=5\Omega$, $U=100V$, $X_{C1}=10\Omega$, $X_{C2}=3\Omega$, $k=0,2$.

Наћи \underline{Z}_{ul} 

ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:**Менарт: 7.50, 7.55****За домаћи: 5.4.3****за вежбање области: 5.5****(час бр.100)****Вежбање задатака (спрегнута кола)****ВЕЖБАЊЕ НА ЧАСУ:****Менарт: 7.51, 7.52, 7.54****За домаћи: завршити задатак са часа****за вежбање области: 5.5****(час бр.103)****Основни појмови о полифазним величинама**

$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120)$$

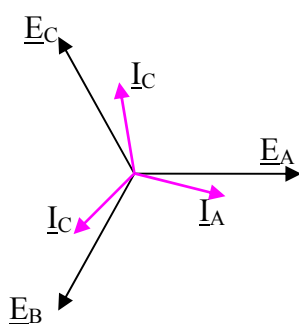
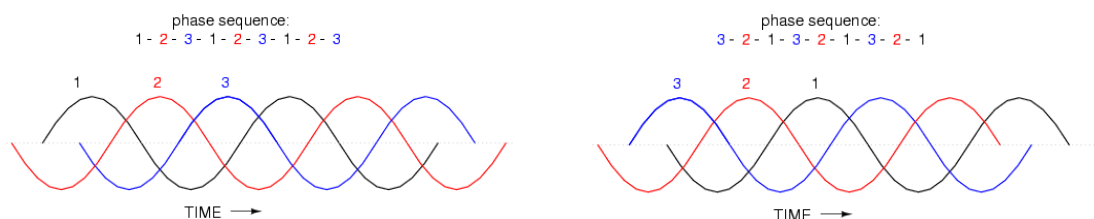
$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120)$$

$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$, векторски збир ел. моторних сила у симетричном трофазном систему

$e_A + e_B + e_C = 0$, аналитичких збир ел. моторних сила у симетричном трофазном систему

Све електромоторне силе имају исте амплитуде, а фазна разлика између било које две суседне фазе биће иста и износи 120 степени. Тренутне вредности се могу приказати као 3 синусоиде које су једна према другој померене за 120 степени.

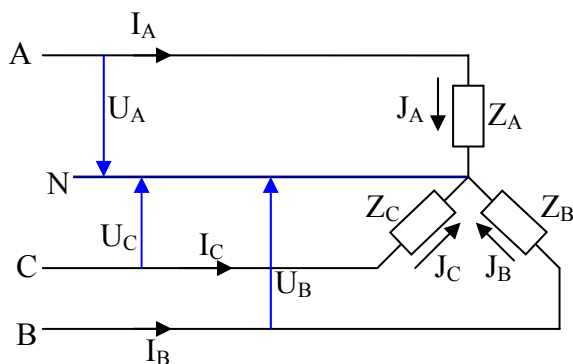
DIREKTNI I INVERZNI TROFAZNI SISTEM



Вишефазни систем је уравнотежен ако је симетричан и симетрично оптерећен, тј. ако између свака два суседна линијска проводника постоји иста импеданса, онда ће и фазне струје бити симетричне.

(час бр.104)

Фазни и линијски напони и струје при спреси у звезду



$U_A, U_B, U_C=220V$ – FAZNI NAPONI

J_A, J_B, J_C – FAZNE STRUJE

$U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}=380V$ – LINIJSKI NAPONI

I_A, I_B, I_C – LINIJSKE STRUJE

Код спреге у звезду фазна и линијска струја су међусобно једнаке.

$$I_L = J_f$$

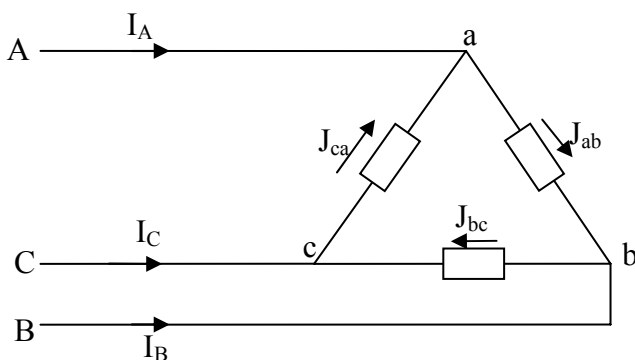
$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

Линијски напон је већи од фазног, важи формула: $U_L = \sqrt{3}U_f$

Фазни и линијски напони и струје при спрузи у троугао



Линијски и фазни напони су једнаки:

$$U_{AB} = U_{ab}$$

$$U_{BC} = U_{bc}$$

$$U_{CA} = U_{ca}$$

Фазне и линијске струје нису једнаке и важи израз:

$$I_L = \sqrt{3}I_f$$

Код пријемника спрегнутих у троугао фазе пријемника су везане на линијске проводнике генератора. То значи да је свака фаза директно везана на линијски напон који је истовремено и фазни напон.

(час бр.105)

Припрема за годишњи тест

1. У колу наизманичне струје је прикључен кондензатор. Колика је фазна разлика ако је $\Theta = 40$. Колика је Ψ . Нацртати векторски дијаграм.
2. У колу наизманичне струје је прикључен калем. Колика је фазна разлика ако је $\Psi = 40$. Колика је Θ . Нацртати векторски дијаграм.
3. Наизменична струја i_1 касни струји i_2 за $\pi/3$. Израчунати i_1 , и нацртати векторски дијаграм. Познато је: $i_2 = \text{Im} \cos(\omega t + \pi/6)$
4. $i_1 = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 60)$, $I_2 = 5 + j3$. Наћи збир ове две струје.
5. Дато је редно RLC коло са подацима: $L = 30 \text{ mH}$, $R = 10 \Omega$, $C = 50 \mu\text{F}$, $\omega = 1000 \text{ rad/s}$, $\psi = 20$, $U_L = 30 \text{ V}$. Наћи напон U . Колика је резонантна фреквенција?
6. $u = 100 \sin(\omega t + 17)$, $i = 25 \sin(\omega t - 28)$. Наћи однос R/X .

(час бр.106)

Припрема за годишњи тест

1. Две адмитансе су паралелно везане. $\underline{Y}_1 = (10 + j30)10^{-2} S$, $\underline{Y}_2 = (-j20)10^{-2} S$. Наћи: \underline{Y} , \underline{Z} . Ако је коло прикључено на $\underline{U} = 100 + j30$ наћи струје свих грана.

2. Две импедансе су везане паралелно и прикључене на извор.

$$\underline{Z}_1 = 3 + j2, \underline{Z}_2 = 2 - j4, i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 25), i_2 = ?, \underline{Y} = ?$$

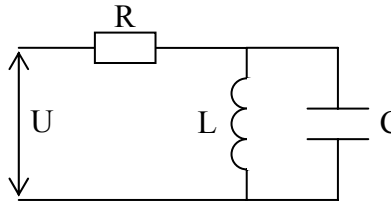
3. $R=2\Omega$

$$X_L=4\Omega$$

$$X_C=2\Omega$$

$$u = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 45)$$

$$\underline{Z}_{ekv} = ?, \underline{S} = ?, \underline{I} = ?, I_1 = ?, I_2 = ?$$



4. $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 45)$, $\underline{I} = ?$, векторски дијаграм

5. $\underline{I} = 1 + j\frac{\sqrt{3}}{3}$, наћи ефективну вредност и почетну фазу

(час бр.107)

Припрема за годишњи тест

1. $\underline{I} = 2 - j2$, $\underline{U} = 3 + j3$, $\underline{Z} = ?$, $\underline{S} = ?$, карактер кола, шема

2. Написати изразе за реактивну снагу редног RC кола.

3. Нацртати троугао напона RL везе

4. Нацртати троугао струје паралелне RC везе

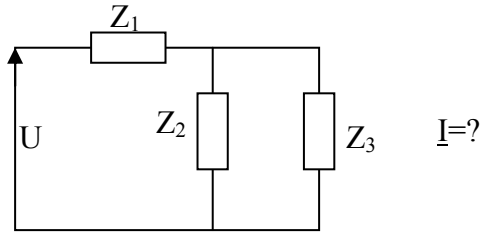
5. Дато је редно RLC коло са подацима: $X_L=80\Omega$, $R=30\Omega$, $X_C=40\Omega$, $f=50\text{Hz}$, $\underline{U}=100\text{V}$. Наћи напон U_L .

(час бр.108)

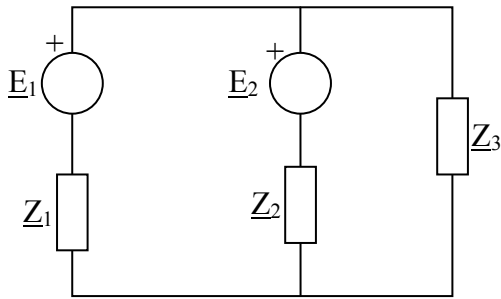
Припрема за годишњи тест

1. Дато је паралелно RLC коло са подацима: $B_L=2\text{S}$, $G=2\text{S}$, $B_C=1\text{S}$, $f=50\text{Hz}$, $\underline{U}=10\text{V}$. Наћи \underline{Y} , \underline{I} .

2.



3. За коло са слике



- a) написати једначине по Кирхофовим законима
- b) Написати једначине за рачунање струје кроз грану са трећом импедансом по Тевененовој теореми

4. Извести Томпсонов образац

5. Нацртати спрегу пријемника у звезду, означити линијске и фазне напоне и струје и написати релације између њих.